

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

DIRECTOR : Ing<sup>o</sup> VIRGINIO MANGANIELLO

**SERIE ASTRONÓMICA. — Tomo XX, N<sup>o</sup> 1**

---

DETERMINACIONES

DE

TEMPERATURAS ESPECTROGRÁFICAS DE ESTRELLAS DOBLES

POR

ALEXANDER WILKENS



LA PLATA

OBSERVATORIO ASTRONÓMICO

—  
1944

Imprenta y Casa Editora «Coni», Perú 684, Buenos Aires

## DETERMINACIONES

DE

# TEMPERATURAS ESPECTROGRÁFICAS DE ESTRELLAS DOBLES

---

En el año 1938 hemos comenzado una serie de observaciones para deducir las temperaturas de ciertas estrellas dobles del hemisferio austral, utilizando como instrumento el reflector de 80 cm. del Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de La Plata, conjuntamente con el espectrógrafo de J. Hartmann. Por la deducción de temperaturas de estrellas de paralaje conocida se logra la determinación de magnitudes tales como los diámetros lineales y densidades. Ya que la ley masa-luminosidad fué establecida con los resultados de estrellas dobles de masas y luminosidades conocidas, es posible obtener por interpolación, dentro de su alcance, valores suficientemente exactos de las masas de otras estrellas dobles en función de la luminosidad. En cuyo caso es fácil deducir también las densidades medias, previa determinación de los radios lineales, en función de las temperaturas y luminosidades.

Por el conocimiento extremadamente incompleto que se posee aún de las cualidades físicas de las estrellas, y con el fin de alcanzar rápidamente resultados generales, parece conveniente observar con preferencia estrellas dobles, en lo posible de paralajes y órbitas conocidas, recurriendo eventualmente al uso de paralajes dinámicas.

Las presentes observaciones constituyen por consiguiente una contribución al conocimiento físico de las magnitudes fundamentales del sistema estelar como también a la cosmogonía del mismo.

En la primera parte de estas investigaciones solamente se deducen las temperaturas relativas respecto de una estrella de tipo espectral  $A_0$  elegida como punto cero ; y presuponiendo la temperatura de ésta, pueden deducirse con valores suficientemente próximos de los verdaderos, las temperaturas absolutas provisionales, los radios y las densidades de las demás. En una segunda parte posterior promediaremos las temperaturas relativas a la del Sol, mediante las observaciones del espectro de la Luna conjuntamente con un grupo de estrellas de programa de la presente serie de observaciones.

Debemos agradecer al malogrado Director del Observatorio Astronómico ingeniero Félix Aguilar, fallecido en septiembre del año pasado, el habernos cedido el instrumental y accesorios necesarios para la ejecución de este programa, como asimismo los colaboradores requeridos para la observación y la reducción. Agradecemos también cordialmente al profesor doctor R. G. Loyarte, director del Instituto de Física de la Universidad Nacional, su cesión generosa del gran fotómetro foto-eléctrico Zeiss con el

cual hemos realizado el registro de todos los espectros. Finalmente queremos agradecer a nuestro primer colaborador señor J. Platzeck (actualmente en Córdoba) y a nuestros colaboradores posteriores señor O. Rizzo, doctor C. U. Cesco y doctor J. Sahade y al profesor doctor R. P. Cesco que nos ha auxiliado en la redacción del texto castellano. El texto en alemán que en nuestros trabajos anteriores aparecía simultáneamente ha debido suprimirse por razones de economía.

### § 1. El programa de observación

El espectrógrafo usado, al cual nos referiremos extensamente más adelante, admite únicamente la observación de estrellas hasta la sexta magnitud, debido a la construcción del pointer, pequeño microscopio auxiliar que sirve para seguir las estrellas sobre la ranura del espectrógrafo. Además, la extensión del trabajo de registro de espectros y la reducción imponen una limitación del programa. El programa contiene solamente estrellas dobles del cielo austral, hemisferio menos investigado que el boreal, y están ubicadas dentro de una distancia zenital de  $30^\circ$  a fin de evitar una extinción perceptible absoluta. Para formar el programa hemos usado el catálogo de C. Laplau-Janssen, *Catalogue of Binary Stars for which Orbits have been computed* (*Astron. Nachr.*, Ergänzungshefte, Bd. 5, Nr. 5). Pero se han escogido preferentemente estrellas dobles de paralajes trigonométricas o espectroscópicas bien conocidas según la memoria de Schlesinger de las publicaciones del Yale Observatory, *General Catalogue of Stellar Parallaxes*, 1935 (hasta enero de 1935). En total hemos escogido 63 estrellas dobles, 9 de las cuales contienen componentes observables. Además, en el curso del programa hemos agregado por diversos motivos 16 estrellas sueltas conjuntamente con ensayos fotométricos.

La tabla siguiente muestra la repartición de estrellas dobles observadas según las ascensiones rectas.

**TABLA I**  
**Repartición de estrellas dobles observadas**

A. R.	<i>n</i>	A. R.	<i>n</i>	A. R.	<i>n</i>	A. R.	<i>n</i>
0-1 <sup>h</sup>	2	6-7 <sup>h</sup>	3	12-13 <sup>h</sup>	2	18-19 <sup>h</sup>	5
1-2	3	7-8	3	13-14	2	19-20	2
2-3	3	8-9	3	14-15	3	20-21	2
3-4	2	9-10	0	15-16	4	21-22	1
4-5	1	10-11	2	16-17	0	22-23	5
5-6	5	11-12	2	17-18	3	23-24	5

Hay en promedio 2.6 estrellas dobles por hora de ascensión recta, mientras que por medio del reflector sólo pueden sacarse alrededor de tres espectros con una exposición de 6 minutos, necesitándose por lo menos el doble del tiempo de exposición para el desplazamiento de la placa en el chasis, colocación de la estrella sobre la ranura, etc.

Hemos comenzado la observación en enero de 1938, después de haber probado el instrumento en todas sus partes y especialmente su espectrógrafo, y finalizado en diciembre de 1939, continuando con observaciones especiales del programa e iniciando en 1942 la segunda parte sobre la relación entre las

temperaturas de las estrellas con la del Sol por intermedio del espectro de la Luna. El programa junto con los resultados de las observaciones figura en la tabla n° 11. Sobre la selección según el tipo espectral destacaremos que se han suprimido las estrellas del tipo  $K_4$  y posteriores porque, como demostraremos más adelante, el espectrógrafo (de cuarzo) es preferentemente apto para sacar la parte violeta del espectro, siendo insuficiente la dispersión en la región roja. Resulta así la siguiente repartición de los tipos espectrales de las estrellas observadas y sus magnitudes :

TABLA 2

Tipo espectral	Número de estrellas	Magnitud	Número de estrellas
$B_0-B_9$ . . . . .	20	(4.0)-4.0 . . .	36
$A_0-A_9$ . . . . .	17	5.0-5.5 . . . .	24
$F_0-F_9$ . . . . .	16	5.6-(5.9) . . .	17
$G_0-G_9$ . . . . .	11		
$K_0-K_3$ . . . . .	12		

Ya que las componentes pueden tener distinto tipo espectral que las estrellas principales, las hemos contado separadamente. Se observa que la mayoría de las estrellas seleccionadas según la calidad del espectrógrafo pertenece a los tipos  $B_0 - F_9$ . Muy pocas estrellas tienen magnitud menor que 4.0 y muy pocas mayores que 5.9 ; hemos hecho notar estas circunstancias colocando dichas magnitudes entre paréntesis.

### § 2. *El Instrumento*

El telescopio espejo de Gauthier del Observatorio Astronómico de La Plata de 80 cm de abertura y longitud focal equivalente a 15.2 m tenía originariamente un foco de Newton ; pero bajo la dirección de J. Hartmann (1921-34) el telescopio fué provisto de un foco Cassegrain, reemplazándose el gran espejo Gauthier, roto al perforársele en los talleres Zeiss, por un nuevo espejo Zeiss, dándose al menor espejo Cassegrain un diámetro de 22.5 cm. Según la prueba de los dos espejos realizada por el doctor E. Gaviola antes de nuestro ingreso al Observatorio, el gran espejo parabólico de Zeiss puede considerarse muy perfecto. El pequeño espejo hiperbólico-convexo está infra-correcto por el estudio provisorio visual y fotográfico que el doctor Gaviola ha realizado aplicando el método de Foucault, siendo la distancia focal en la periferia 10-15 mm mayor que en el centro ; pero este error no tiene importancia para investigaciones espectrográficas.

A la longitud focal equivalente del instrumento de 15.2 m corresponde por 1 mm en el foco, es decir, sobre la placa de la ranura del espectrógrafo, un ángulo de  $13''.6$ . La imagen focal de una estrella de 4<sup>a</sup> magnitud tiene un diámetro de 0.12 mm =  $1''.6$ , lo que corresponde al triple ancho de ranura  $r = 0.04$  mm o también  $1.5 r$ , cuando  $r = 0.08$  en el límite de la observación.

El espectrógrafo que pertenece al telescopio Gauthier ha sido construido según los planes de J. Hartmann y es muy semejante al espectrógrafo del refractor de 80 cm del Astrophysikalisches Observatorium de Potsdam. Como orientación daremos aún los detalles siguientes : el cuerpo central y la cámara del

espectrógrafo han sido construídos por R. Toepfer en Potsdam ; los prismas por Halle en Berlin ; la lente del colimador y la cámara por los talleres Zeiss ; el tubo del colimador y montaje por G. Plottnikoff en el taller del Observatorio Astronómico de La Plata. El colimador consta de dos lentes de vidrio U-V con un diámetro de 40 mm y una longitud focal de 800 mm ; esta lente tiene muy buena corrección esférica, estando la punta de aberración cromática cerca de la línea espectral  $H\gamma = 4340 \text{ \AA}$ , correspondiente al n° 320 del catálogo *Astro 30*, Zeiss, n° 15539. El prisma está formado por dos prismas Cornu, arreglados según Young, cada uno con ángulo de arista de  $30^\circ$ , cortados de cuarzo girando a derecha e izquierda, respectivamente. Cada superficie frontal tiene un área de 40 por 40 mm. La lente cámara está formada por una lente suelta del tipo de mínima aberración esférica, con el eje óptico en la dirección del eje principal del cristal ; su diámetro es de 40 mm y la longitud focal es de 320 mm. El enfoque de la ranura se halla en la posición  $F = 22.0$  de la escala y la inclinación de la cámara es  $J = 3^\circ 12'$ , de modo que la línea  $4272 \text{ \AA}$  se encuentra en el eje de rotación del chasis. Finalmente la inclinación del chasis es  $i = 24^\circ 6'$ . Sobre la dispersión hay que constatar que es de  $320 \text{ \AA}$  por 1 mm para  $\lambda = 5600 \text{ \AA}$  ; cerca de  $180 \text{ \AA}$  por milímetro para  $\lambda = 4500$  ;  $120 \text{ \AA}$  para  $\lambda = 4000 \text{ \AA}$  ;  $80 \text{ \AA}$  para  $\lambda = 3500 \text{ \AA}$  y  $60 \text{ \AA}$  para  $\lambda = 3200 \text{ \AA}$ .

La dispersión es demasiado escasa para el estudio de contornos de líneas ; pero las intensidades de éstas se pueden medir bien. Para mediciones en el continuo, especialmente en la parte de ondas cortas, si no hay demasiadas líneas de absorción, el espectrógrafo se adapta bien, si se escoge el ancho de ranura del registro bastante pequeño.

Para poder observar cómodamente la estrella sobre la ranura del espectrógrafo se ha instalado al lado del eje del instrumento, cerca de la salida de la abertura Cassegrain, un pequeño microscopio refractado que permite ver bien la ranura y guiar la estrella durante la exposición. Hartmann había usado durante sus pocos ensayos la luz reflejada por la primera superficie del segundo prisma ; pero esta instalación ha resultado ser de luz demasiado débil. Por un ensanchamiento artificial, fácil y seguro, de los espectros sobre la placa-foto, se guía la estrella sobre la ranura, atrasándose al mismo tiempo el reloj del telescopio, hasta obtener, las más de las veces, un ancho de los espectros de  $0.25 \text{ mm}$  ; se ha construído, además, una placa de metal con 2 aberturas de ventanas sobre la ranura del colimador, de la misma longitud que la ranura y colocable sobre su plano. Por ser distintas las distancias de las dos ventanas a la ranura, ésta queda libre por una sólo de las ventanas, de modo que por el desplazamiento de la placa metálica pueden tomarse sucesivamente dos espectros, en una pequeña distancia que responde a la separación de las ventanas. Se puede lograr además, mediante la colocación de pequeñas chapitas dentro del marco de la placa-foto (2 por 6 cm) cambiar la posición de la placa 5 veces dentro del marco de 3 cm de ancho pudiéndose exponer 5 pares de espectros sobre la misma placa. Esto ofrece muchas ventajas en la observación y registro y también, como veremos, en la reducción.

En la primera parte de la serie de observaciones se ha empleado, en la mayoría de los casos, un ancho de ranura de  $0.08 \text{ mm}$ , ó  $1''$  en medida de arco, en tanto que el diámetro de las estrellas observadas, con o sin diafragma era superior a  $1''$ . Ya que la parte de ranura observable con cada ventana tiene una longitud de  $0.4 \text{ mm} = 5''$ , la razón de un diámetro estelar a la longitud de la ranura es aproximadamente un tercio. Luego el núcleo de una estrella queda siempre sobre la ranura, aun bajo circunstancias atmosféricas desfavorables, prescindiendo naturalmente de observaciones desfavorables por otros motivos : iluminación irregular o irregularidad en las variaciones de la extinción, porque éstas no pueden deducirse

con seguridad. Las oscilaciones internas del núcleo estelar eran muy raras y el *tremor disc* en general tan pequeño que apenas es posible su influencia sobre el espectro por una exposición interminente. Nunca hemos podido constatar, conduciendo las estrellas de la 1ª serie por la ranura, que la estrella haya abandonado la ranura por un lado; puede pues asegurarse que nunca ha ocurrido un efecto interminente por intranquilidad del aire.

La influencia de la dispersión atmosférica ha quedado en general reducida a un mínimo, pues todas las exposiciones han tenido lugar dentro de una distancia zenital de  $30^\circ$ , siempre en la vecindad del meridiano para evitar una extinción perceptible absoluta; pero se ha considerado severamente cualquier variación temporal de la misma durante la noche. El fondo del cielo, de intensidad generalmente variable de un punto a otro, no ha podido ejercer, dentro de los tiempos de exposición, ninguna influencia sobre las mediciones de intensidad, ya que ni aún en noches de luna llena se ha podido observar un ennegrecimiento del fondo de las placas, observando a una distancia de  $80^\circ$  de la luna con las placas pancromáticas más sensibles y exposición de 8 minutos; pero a pesar de ello y por precaución hemos realizado la primera serie de observaciones sobre cielo no iluminado por la luna. Para evitar el efecto de una dispersión por la ranura, observaremos que en las mediciones posteriores de la segunda serie hemos reducido el ancho de 0.08 mm de la primera parte hasta 0.03 mm, o sea  $0''.4$ , no reduciéndolo aún más ante la posibilidad de esfumar los espectros.

Ya que la longitud del espectro asciende a casi 20 mm entre las 4000 Å y 6000 Å, la dispersión media es de 100 Å por milímetro; es decir, que a una difusión normal de 0.025 mm sobre la placa-foto corresponden 2.5 Å. Existe, pues, seguridad suficiente para medir el continuo.

Sobre el gran fotómetro foto-eléctrico Zeiss del Instituto de Física de la Universidad Nacional de La Plata, para registro de espectros, sólo haremos una breve reseña, ya que se trata de un instrumento bien conocido por los astrónomos. La célula foto es de potasio. Los acumuladores que atienden la lámpara están bajo control severo y permanente del Instituto de Física, de modo que puede garantizarse la constancia de la lámpara. Los primeros registros los hemos realizado con ayuda de los señores R. Platzek y J. Javkin hasta sus salidas del Observatorio, continuando luego nosotros solos. En total se han registrado durante tres años y medio 1500 espectros sobre 250 placas de 9 por 12. En el párrafo siguiente nos referiremos a la sensibilidad aplicada al electrómetro y medición de las placas de registro.

### § 3. *El Procedimiento de Observación*

La revisión y control del instrumento, especialmente el espectrógrafo nos ha llevado medio año; desde mediados de 1937 hasta principio de 1938. Las observaciones de los espectros de estrellas han durado en lo esencial dos años: desde principio de 1938 hasta fines de 1939. Desde entonces hasta mediados de 1940 se han acumulado algunas observaciones especiales sobre cuestiones de principio, de modo que la duración de la primera serie debe estimarse en dos años y medio. En general, se ha dedicado un tercio de cada noche de observación a la exposición al cielo de las escalas necesarias, pues según nuestras propias experiencias fotométricas realizadas en el refractor foto del Observatorio Kuffner de Viena (véase nuestra publicación sobre *Photographisch-photometrische Untersuchungen*, *Astr. Nachr.*, Bd. 172, Nr. 4124-25, 1906) sólo puede obtenerse una solución segura de la cuestión de la escala, con exposiciones de objetos

convenientes en la misma noche y sobre la misma placa. Que la escala de laboratorio debe diferir siempre de la del cielo, no sólo para exposición de estrellas en forma circular, sino también de espectros, sigue por las variaciones correspondientes no uniformes de la extinción con la onda, variaciones que producen una alteración fotográfica sensible sobre el grano de la placa, y también por el aspecto cambiante de los ennegrecimientos no sólo en distintas noches sino también con frecuencia al cabo de pocas horas de la misma noche, especialmente usando las modernas placas pancromáticas supersensibles. Una extensa serie de ensayos de laboratorio con escalas establecidas por el empleo de la ley referente a la variación de la luz de las fuentes puntuales con la distancia, han probado la imposibilidad de comparar con seguridad los ennegrecimientos de las escalas con los espectros logrados al cielo, aplicando por ejemplo el fotómetro de Hartmann. Lo mismo vale para la comparación de las escalas de laboratorio con las escalas espectrales celestes por medio del fotómetro fotoeléctrico, ya que la diferencia en la selección del color en distintas noches, siendo iguales el instrumental, los tiempos de exposición, etc., produce distintas influencias sobre la emulsión de la placa y por tanto una variación de las escalas en cada onda, en tanto queda constante la escala de laboratorio durante todas las noches.

La marcha de la observación era en general esta: se exponía primeramente una estrella de escala, en lo posible del tipo  $A_0$  y de magnitud  $4 - 4.5$ , sucesivamente con 3-4 diafragmas objetivos e iguales tiempos de exposición; corrientemente se utilizaban los diafragmas  $D_0 = 0^m0$ ,  $D_2 = 0^m5$ ,  $D_4 = 1^m0$ ,  $D_6 = 1^m5$ . Esta exposición de los espectros de la estrella escala se repetía, en promedio, durante dos horas, para poder deducir y considerar la variación de la extinción. Mientras tanto se efectuaba la exposición de las estrellas de programa. Como principio fundamental regía, en esta primera parte, la condición de lograr el espectro óptimo de cada estrella, en el sentido de que los ennegrecimientos debían poderse medir bien en la mayor zona posible del espectro. Ya que las magnitudes de las estrellas de programa se hallan en su mayoría comprendidas entre  $4^m0$  y  $5^m5$ , hubiera sido conveniente, desde el punto de vista mencionado, observar cada estrella con el tiempo de exposición que produce el óptimo ennegrecimiento mencionado, o exponer todas las estrellas usando diafragmas convenientes con el mismo tiempo de exposición y  $m = 5.5$ . Pero en el primer caso, las diferencias de los tiempos de exposición hubieran sido relativamente grandes para poder deducir las intensidades con suficiente seguridad, y en el segundo, el tiempo necesario para reducir todas las estrellas, mediante diafragmas, a la misma magnitud  $m = 5.5$ , sería demasiado grande, comparado con la economía en el trabajo de reducción. Una estrella de tipo  $A_0$  y de  $4^a$  magnitud nos daba espectros de mediano ennegrecimiento medible, dentro de las ondas de  $4000 \text{ \AA}$  y  $6000 \text{ \AA}$ , con exposición de 3 minutos, si usábamos espejos de plateado fresco, plateado que nosotros mismos realizábamos en el Observatorio. En cuyo caso eran necesarios 9 minutos para estrellas de magnitud  $m = 5$  y 27 para las de magnitud  $m = 6$ . Pero eso vale sólo para el tipo  $A_0$ ; para los otros tipos se requieren tiempos aún más largos de exposición: pocas serían pues las estrellas que podrían observarse en esta forma para obtener ennegrecimientos adecuados. Por ello es que hemos seguido un procedimiento intermedio, debilitando las estrellas más brillantes lo más cerca de  $m = 5$ , a fin de poder exponer todas éstas en lo posible con el mismo tiempo, de 6 a 8 minutos, métodos que ofrece grandes ventajas incluso en la reducción. Solamente se han expuesto sin diafragmas las estrellas de magnitudes comprendidas entre  $m = 5$  y  $m = 5.5$ ; y los tiempos de exposición necesarios, escogidos según el tipo, han llegado hasta 12 minutos y en casos especiales aún más. Quizá hubiera sido aceptable, aunque no menos complicado, el plan de observar separadamente el grupo de las estrellas más brillantes desde  $m = 4.0$  hasta  $m = 5.0$

y el de las más débiles, estableciendo luego el enlace de los dos grupos mediante observaciones especiales convenientes. El camino que hemos seguido presenta la ventaja de suministrar los resultados en una sola tanda. El método de reducción de las mediciones a tiempos de exposición desiguales ha debido establecerse dando una nueva forma a la ley de ennegrecimiento, como se verá en el párrafo siguiente.

Los diafragmas circulares utilizados para disminuir las intensidades, se han colocado sobre la cabeza del tubo del reflector. Sus constantes son las siguientes:  $D_1 = 0''25$ ,  $D_2 = 0''50$ , etc.,  $D_6 = 1''50$ ; considerando el enlace posterior del espectro solar con los de las estrellas, por medio de la luna, hemos agregado aún los diafragmas de  $m = 2.0$ ,  $2.5$ , etc.,  $D_{13} = 4''0$ . Los diámetros de los diafragmas se han calculado en función de los diámetros de los espejos grande y pequeño. En la primera serie, y muchas veces también en la segunda, se ha alterado la intensidad variando la altura  $h$  de ranura del espectrógrafo entre  $h = 0.03$  y  $0.08$  mm, lo cual resulta más cómodo que por medio de diafragma. La longitud de las curvas obtenidas por medio del fotómetro registrador foto-eléctrico presenta un aumento del quintuple de la longitud normal de un espectro del tipo  $A_0$ , correspondiendo, por tanto, a una longitud de 100 mm sobre placas de 9 por 12 cm. Además hemos adoptado como sensibilidad media, correspondiente a la diferencia de ennegrecimiento entre el fondo de la placa y el ennegrecimiento total, la cantidad  $s = 22.5$  mm  $\equiv$  9 divisiones de escala del electrómetro, siéndonos así posible obtener 6 curvas de registro sobre la misma placa sin que ésta se recubra de curvas. Ya que a 20 mm de diferencia en la altura de las curvas, corresponden en promedio  $1''5$ , a 1 mm corresponde  $0''075$ ; luego a una exactitud de lectura de 0.1 mm corresponde una exactitud de  $0''0075$ . Las lecturas de las ordenadas de ennegrecimiento se han efectuado siempre en los mismos lugares de longitud de onda, con ayuda de una segunda placa sobre la cual estaban fijadas por cinco líneas ordenadas negras las posiciones correspondientes a las cinco longitudes de onda. Estas cinco posiciones eran  $\lambda_1 = 4030 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_2 = 4210 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_3 = 4560 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_4 = 4950 \text{ \AA}$  y  $\lambda_5 = 5620 \text{ \AA}$ , es decir, posiciones ubicadas entre los colores ultra-violeta y verde-amarillo, escogidas según las cualidades especiales de absorción del espectrógrafo, aprovechando la permeabilidad particular relativa a la luz azul-violeta. Las líneas así escogidas se encuentran todas entre las líneas de la serie de Balmer del hidrógeno, estando ubicada la línea  $\lambda_1$  entre  $H_\epsilon$  y  $H_\delta$ ;  $\lambda_2$  entre  $H_\delta$  y  $H_\gamma$ ;  $\lambda_3$  entre  $H_\gamma$  y  $H_\beta$ ;  $\lambda_4$  entre  $H_\beta$  y  $H_\alpha$  (más cerca de  $H_\beta$ ) y finalmente  $\lambda_5$  entre  $H_\beta$  y  $H_\alpha$  también. Todas las posiciones se encuentran casi exactamente en el centro de las distancias de las líneas H, excepto  $\lambda_4$ . Luego todas las posiciones están alejadas de las líneas H, excepto  $\lambda_4$ , de modo que no viene al caso ninguna influencia por la vecindad de éstas líneas. Para poder hallar inmediata y cómodamente la posición a fijar en el espectro, se han dibujado sobre la misma placa, las posiciones correspondientes al hidrógeno, por medio de ordenadas rojas; y al comienzo de cada medición se hacían coincidir éstas con las rayas del hidrógeno de la curva registrada, lográndose fijar en seguida las cinco posiciones a medir. Desde el tipo  $G_0$  se ha usado como guía, por la debilidad de las rayas H, la raya G de Fraunhofer. En los tipos anteriores han sido también de utilidad las rayas H y K del calcio ionizado, que se destacan fuertemente del continuo con tiempos de exposición cortos y con sensibilidad muy fuerte en el azul y violeta del espectrógrafo y las placas usadas. Observaremos además que por esta sensibilidad en el violeta, ha sido posible fijar con facilidad las demás rayas de la serie de Balmer:  $\zeta$ ,  $\eta$ ,  $\theta$ ,  $\iota$ , K,  $\lambda$  tanto en el espectro como sobre la curva registrada. De donde resultan nuevas posibilidades para abordar otros problemas con que ya hemos comenzado.

#### § 4. La Reducción de las Observaciones

De la lectura de las ordenadas correspondientes a las longitudes  $\lambda_i$  de una curva registradora de un espectro ( $i = 1, 2$ , hasta 5) resulta, sustrayéndose el ennegrecimiento del fondo de la placa espectral, el correspondiente ennegrecimiento verdadero; pero aquel debe deducirse en cada punto necesitado de la placa, por el cambio posible en cada parte de la sensibilidad extraordinaria de las placas pancromáticas supersensibles. En primera aproximación se obtiene el ennegrecimiento del fondo de la placa leyéndose la ordenada correspondiente al comienzo o al fin (o ambos) de la curva registradora; estos puntos se han elegido muy afuera, en la prolongación del espectro real. Además de este mínimo, se trata de medir la ordenada correspondiente al máximo del ennegrecimiento; esta posición se ha determinado al comienzo o al final del registro, o ambas veces, mediante una breve exposición sin enviar luz a la célula, resultando una línea corta. El registro del espectro se iniciaba a continuación, enviando sobre la célula la luz de la lámpara del fotómetro, primeramente en su parte exterior correspondiente al mínimo del ennegrecimiento. El nivel del ennegrecimiento máximo es constante, puesto que es independiente de la placa, mientras que el ennegrecimiento del fondo de la placa original varía de punto a punto en las placas supersensibles, como demostraremos *in extenso*, de modo que esta variación perceptible es una de las magnitudes esenciales de la reducción.

Ya que para disminuir en lo posible los tiempos de exposición era necesario emplear placas supersensibles y a la vez muy sensibles para todos los colores, hemos usado primeramente las placas Kodak: Wratten-Wainwright hypersensitive panchromatic, y luego cuando éstas dejaron de fabricarse, la otra placa Kodak: Eastman plate, superpanchromatic Press (tropical).

Si se registra solamente el fondo de tal placa a lo largo de paralelas al espectro, resulta una curva registradora que oscila siempre en forma más o menos periódica, en vez de ser una recta como en el caso de sensibilidad constante, llegando la desviación total, en el caso más desfavorable, hasta 5 mm, o sea 0.4. Es pues necesario deducir la sensibilidad de la emulsión en cada punto de la placa que se requiera antes de cada nueva reducción. Como causa de estas variaciones podría mencionarse la desigualdad del espesor de la emulsión, en el sentido de que la sensibilidad aumenta o disminuye con el espesor. El registro de la emulsión sobre toda la región en que se hallan los espectros tomados, demuestra que las curvas de igual sensibilidad siguen muchas veces direcciones arbitrarias, pero paralelas sobre la placa; lo que indicaría que la emulsión asienta sobre la placa en forma de olas sucesivas. Del curso siempre continuo de estas líneas resulta la posibilidad de deducir la sensibilidad de las placas por interpolación en todo punto a lo largo del espectro, cuando dicha sensibilidad no pueda determinarse directamente. Como la deducción de la sensibilidad de la emulsión de 10 espectros por placa, exigía la determinación de la sensibilidad en 50 posiciones, el trabajo relativo a la reducción de los ennegrecimientos de los espectros ha aumentado considerablemente. Las mediciones se han efectuado siempre a ambos lados de cada par de espectros, habiéndose considerado inconveniente realizarla entre los espectros de cada par, pues la pequeñez de la distancia entre ellos puede conducir a resultados falsos. Aunque los valores de la sensibilidad en los cinco puntos requeridos de cada espectro han sido logrados por interpolación, ésta no se ha calculado únicamente por medio de los registros laterales, sino que se han utilizado también, en casos necesarios, los demás registros vecinos de la emulsión, hasta lograr siempre una seguridad satisfactoria. A continua-

ción explicaremos la determinación de la sensibilidad de una de las placas, a manera de modelo. Ya que la sensibilidad  $S_i$  está dada, por definición, por la diferencia entre los valores máximo y mínimo en la posición  $\lambda_i$ , o sea:  $\text{Máx.} - \text{Mín.} = S_i$ , se obtiene para el mínimo buscado, puesto que es constante la posición del máximo relativo a cada espectro, como posición del ennegrecimiento del fondo de la emulsión:  $\text{Mín.} = \text{Máx.} - S_i$ , donde  $S_i$  representa el ennegrecimiento interpolado del fondo del punto no obtenible directamente. Por diferencia entre este  $\text{Mín.}$  y el ennegrecimiento observado en el punto fijado sobre el espectro, resulta pues la diferencia buscada respecto del fondo. Por tanto los 5 puntos del espectro quedaban referidos, en general, a 5 sensibilidades distintas, es decir, todos los espectros de la placa a distintas sensibilidades. Pero siendo el objeto de las mediciones deducir diferencias de magnitudes, era necesario referir todos los ennegrecimientos de los espectros de cada placa a una sensibilidad standard común; hemos tomado la sensibilidad  $S_0 = 22.5$  mm, de modo que si  $e_0$  es el ennegrecimiento reducido a  $S_0$ , mientras que  $e$  es el ennegrecimiento a la sensibilidad  $S$ , el ennegrecimiento desconocido  $e_0$  resulta de la siguiente fórmula:  $\frac{e_0}{e} = \frac{S_0}{S}$  ya que los  $e$  son proporcionales a los  $S$ , pues las desviaciones correspondientes del electrómetro en cualquier punto de la región de sensibilidad de placa son proporcionales a la sensibilidad. Y puesto que las sensibilidades empleadas en los registros eran siempre cercanas al valor  $S_0 = 22.5$ , la reducción  $e_0 - e = \Delta e = (S_0 - S) \frac{e}{S}$  era siempre pequeña.

Puesto que todas las observaciones han tenido lugar dentro de una distancia zenital de sólo  $30^\circ$ , como hemos dicho, se pudo prescindir de la corrección por extinción absoluta, quedando considerada la variación nocturna de la extinción mediante la exposición de la estrella escala en lo posible al comienzo, a mediados y al final de la observación, siempre en las mismas circunstancias. Y mediante una interpolación gráfica se deducían las variaciones de la extinción correspondientes a cada longitud de onda a fin de reducir todos los ennegrecimientos al instante medio del tiempo de observación. La magnitud de estas variaciones podía ascender, dentro de cinco horas a 5 unidades de ennegrecimiento, es decir, a  $0.38$ , en promedio, siendo siempre distinta para todas las longitudes de onda.

Para deducir las diferencias de intensidad de las estrellas en las longitudes de ondas prefijadas, se ha aplicado el procedimiento siguiente: A fin de obtener las escalas empleábamos con preferencia estrellas del tipo  $A_0$ , usando sucesivamente 3-4 diafragmas con iguales tiempos de exposición, ascendiendo la diferencia máxima de los diafragmas usados hasta 1.0 y 1.5 magnitudes. Tomando los ennegrecimientos como ordenadas y las constantes de los diafragmas como abscisas en un gráfico, obteníamos la curva ennegrecimiento para cada una de las longitudes consideradas. Cuando el tiempo de exposición de la escala era el mismo que para las estrellas de programa, la diferencia en magnitud entre la estrella-escala y la de programa resultaba inmediatamente de las curvas, las cuales son en la mayoría de los casos de la conocida forma en  $S$ . Para obtener ennegrecimientos normales de estrellas cuyos ennegrecimientos para el mismo tiempo de exposición quedan fuera de las escalas, hemos debido elegir los correspondientes tiempos de exposición. Pero para poder deducir la diferencia de magnitud de estrellas respecto de la estrella de escala (cero), en estos casos de distinto tiempo de exposición, ha sido necesario dar una nueva forma conveniente a la ley de ennegrecimiento. Para simplificar el tratamiento analítico conviene considerar la curva escala, con forma de  $S$ , en dos partes de curvatura monótona separadas por el punto de inflexión y representar analíticamente, cada curva parcial por una parábola de segundo grado, es decir, por una función

de la forma  $e = c_0 + d_1 m + d_2 m^2$ , donde  $e$  es el ennegrecimiento,  $m$  la magnitud relativa de una estrella cualquiera comparada con la escala y los coeficientes  $c_0$ ,  $d_1$  y  $d_2$  son constantes a determinar. La constante  $c_0$  da el ennegrecimiento correspondiente a  $m = 0$ ;  $d_1$  el valor recíproco aproximado de la escala y la curvatura de la curva parcial depende de  $d_2$ . Para determinar estas tres constantes bastan en general tres observaciones, con tres distintas aberturas de diafragma, pues puede corresponder un diafragma a la observación sin diafragma, según la intensidad de la estrella. Con más de tres observaciones, es decir, con más de tres diafragmas, por tanto más de tres puntos de la curva, los coeficientes resultan por el cálculo de compensación. El valor de la utilidad sigue siempre de la diferencia O-C, la cual siempre ha sido satisfactoria dentro de la exigencia de exactitud.

Para obtener esta curva escala de magnitudes a tiempo de exposición constante, debe agregarse en general el término dependiente del tiempo, ya que los tiempos de exposición para las estrellas de programa son distintos. Es pues necesario construir escalas de tiempo, variando los tiempos de exposición y manteniendo constante la magnitud de la estrella escala. También presentan estas curvas, corrientemente, un punto de inflexión, habiéndose preferido, análogamente, representarlas analíticamente mediante dos funciones de segundo grado, en vez de utilizar una parábola cúbica. Apoyándonos en la representación más antigua de la ley de ennegrecimiento, en su dependencia logarítmica del tiempo de exposición, hemos escogido como nueva representación del ennegrecimiento  $e$ , respecto de la función  $\tau_i = \log t_i$ , la forma  $e_i = c_0 + c_1 \tau_i + c_2 \tau_i^2$ . En la práctica hemos tomado como unidad de tiempo, el tiempo máximo  $t_0$  de los usados, de modo que  $\tau_i = \log \frac{t_i}{t_0}$ , donde  $i = 1, 2$ , etc. Puesto que  $m$  y  $t$  varían al mismo tiempo, parece suficiente dar a la ley de ennegrecimiento, en la práctica, la forma:

$$e = c_0 + c_1 \tau + c_2 \tau^2 + d_1 m + d_2 m^2.$$

Corresponde luego, para  $\tau$  constante, una curva intensidad determinada, con  $m$  variable y  $p = c_0 + c_1 \tau + c_2 \tau^2$  constante. Pero según las experiencias no solamente cambian en las escalas correspondientes a distintos valores de  $t$  y a la misma estrella la parte  $p$  mencionada, función de  $t$ , es decir, no solamente ocurre un desplazamiento paralelo de las escalas de intensidad, sino que también varían perceptiblemente los coeficientes  $d_1$  y  $d_2$ , pareciendo depender del tiempo tanto el valor de la escala como la curvatura. Tal dependencia es equivalente al efecto Purkinje sobre intensidad y color, que influye en la emulsión usada, especialmente supersensible. Para tener en cuenta estos hechos hay que agregar aún a la citada fórmula general un término de la forma:  $c_{11} \tau m$  al menos en la primera y más simple aproximación, donde  $c_{11} = \text{const.}$ , si deseamos considerar constantes a  $c_1$  y  $c_2$ . Cuando  $t$  es constante la suma del nuevo término con  $d_1 m$  nos da  $(d_1 + c_{11} \tau) m$  de modo que el valor escala recíproco  $d_1$  es ahora la función de  $t$ :  $d_1 + c_{11} \tau$  donde  $c_{11} \tau$  representa la corrección del valor escala recíproco, para  $m = 0$ , ya que, para  $m = 0$ ,  $\frac{de}{dm} = d_1 + c_{11} \tau$ . Análogamente se obtiene para una escala tiempo, con  $m = \text{const.}$ , sumando el término lineal en  $\tau$  con el término mixto:  $(c_1 + c_{11} m) \tau$ , resultando ser, por consiguiente, el factor de  $\tau$  de la ley de ennegrecimiento, una función lineal de  $m$ .

El efecto del tipo Purkinje, caracterizado por el coeficiente  $c_{11}$ , es distinto para cada color, luego para cada longitud de onda y por tanto para cada escala. De esto resulta que, en general, si el ennegrecimiento depende del tiempo de exposición y de la intensidad, habrá que deducir las seis constantes  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d_1$ ,

$d_2$  y  $c_{11}$ , para cada longitud de onda partiendo de la ley completa de ennegrecimiento, es decir, de la expresión

$$e_i = c_0 + c_1\tau_i + c_2\tau_i^2 + d_1m_i + d_2m_i^2 + c_{11}\tau_im_i.$$

Si se reparten las observaciones de modo tal que los índices  $i = 1, 2$  y  $3$  pertenezcan a la curva escala de intensidades de la misma estrella, de modo que  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$ , pero  $m_i = m_0 + d_i$ , mientras que los índices  $i = 4, 5$  y  $6$  pertenezcan a la curva escala de tiempos, siendo las  $m_i$  constantes pero los  $t_i$  variables, las seis constantes no se pueden determinar por anularse el determinante del sistema. Se comprende este hecho por las siguientes consideraciones: Si tomamos como unidad de tiempo el tiempo constante de exposición de la escala de intensidad de modo que  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$ , las tres ecuaciones de esta escala se reducen a la forma simplificada  $c_0 + d_1m_i + d_2m_i^2 = e_i$  ( $i = 1, 2$  y  $3$ ), donde  $m_i = D_i$ , puesto que la estrella, como estrella cero, puede tomar, para cada  $\lambda$  arbitrario, la magnitud  $m_0 = 0$ . Las tres ecuaciones últimas nos darán pues las incógnitas  $c_0$ ,  $d_1$  y  $d_2$  directamente, por medio de tres observaciones, y por compensación si se utilizan más diafragmas. Si se reemplazan ahora los valores de estas constantes en las ecuaciones correspondientes a los tiempos de exposición  $t_4, t_5$  y  $t_6$ , dando a  $m$  un valor constante cualquiera,  $m_c$ , resulta  $c_1\tau_i + c_2\tau_i^2 + c_{11}\tau_im_c = e_i + C_i$  donde las  $C_i$  son las correcciones debidas a dicha sustitución. La suma  $c_1\tau_i + c_{11}\tau_im_c = (c_1 + c_{11}m_c)\tau_i$  contiene pues, en vez de las dos incógnitas  $c_1$  y  $c_{11}$ , la única incógnita  $c_1 + c_{11}m_c$ . Aunque variando los tiempos de exposición  $t_i$  se obtengan más de tres observaciones y ecuaciones, sólo podrán deducirse por compensación los valores de  $c_1 + c_{11}m_c$  y  $c_2$ , siendo imposible una separación de las incógnitas  $c_1$  y  $c_{11}$ . Dicha separación sólo se logra agregando por lo menos otra observación para distinto valor de  $m$ , por ejemplo  $m'_c$ , es decir usando distinto diafragma. Resultan así cuatro ecuaciones para determinar, previa sustitución de  $c_0$ ,  $d_1$  y  $d_2$  las tres incógnitas  $c_2$ ,  $c_1 + c_{11}m_c = f_1$  y  $c_1 + c_{11}m'_c = f_2$ ; y finalmente por medio de  $f_1$  y  $f_2$  es posible calcular  $c_1$  y  $c_{11}$ . Evidentemente puede prescindirse de la sexta observación, pero no de la ecuación que corresponde a  $m'_c$ , para la obtención de los coeficientes  $c_2$ ,  $f_1$  y  $f_2$ , como solución de un sistema de tres ecuaciones en vez de cuatro. O también en lugar de variar la magnitud  $m$  en la escala de tiempo se pueden alterar, en la escala intensidad, los tiempos de exposición, obteniéndose por medio de la cuarta ecuación:  $\tau_c(c_1 + c_{11}m_c) = e_k + C_k$ , donde  $m_c$  es la magnitud correspondiente al tiempo alterado  $t_c$  y  $C_k$  se ha calculado mediante las cantidades conocidas  $c_0$ ,  $d_1$  y  $d_2$ , de modo que nuevamente es posible obtener con la ecuación  $c_1 + c_{11}m_c = f_1$  las incógnitas  $c_1$  y  $c_{11}$ , en caso de ser distintas  $m_c$  y  $m_k$ .

Después de haber obtenido los seis coeficientes  $e_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  y  $c_{11}$  para todas las ondas consideradas, cinco en nuestros casos, la incógnita  $m$  que corresponde a un ennegrecimiento cualquiera  $e$  resulta como raíz de una ecuación de segundo grado, siendo fácil establecer cual de las dos raíces de esta ecuación es la que realmente corresponde a las observaciones. Por ser paralelo al eje  $e$  el eje de la parábola cuya ecuación es la forma cuadrática indicada, en un sistema de coordenadas  $m$  y  $e$ , una paralela al eje  $m$  correspondiente a un valor cualquiera de  $e$ , corta a la rama de escala observada, según el tiempo de exposición, en uno de los puntos y a la rama no observada ni dibujada en otro que no interesa. No puede pues haber duda sobre el valor correcto de  $m$ , ya que por otra parte dicho valor puede estimarse por experiencia con suficiente aproximación; la decisión es inmediata si la diferencia de las raíces es muy grande o si tienen signos distintos. Cuando una serie de observación quedaba incompleta en escalas por ser demasiado fuertes o débiles los ennegrecimientos de las estrellas escala, en cuyo caso no se podían utilizar los puntos

correspondientes de las curvas, o por otros motivos, hemos agregado, para poder deducir las constantes de la ley de ennegrecimiento, estrellas de magnitudes ya deducidas en otras fechas. Este procedimiento se ha podido aplicar casi siempre sin dificultades, pues las magnitudes y tiempos de exposición diferían lo suficiente como para garantizar una solución segura.

Sobre los signos de los coeficientes de la ecuación de ennegrecimiento, cuya variación en las distintas noches de observación era de interés, observaremos lo siguiente: Si la variación del ennegrecimiento es lineal, como resulta de la ley de reciprocidad, es  $c_2 = d_2 = c_{11} = 0$ , y puesto que  $e$  crece si  $t$  crece y decrece si  $m$  crece, debe ser  $c_1 > 0$  y  $d_1 < 0$ . Si la variación no es lineal, el gradiente de una escala  $-m$ , es decir,  $t = \text{const.}$ , debe ser (a)  $\frac{de}{dm} = d_1 + \tau c_{11} + 2md_2 < 0$ ; análogamente resulta para una escala tiempo (b<sub>1</sub>)  $\frac{de}{d\tau} = c_1 + mc_{11} + 2\tau c_2 > 0$ , o también como función de  $t$ : (b<sub>2</sub>)  $\frac{de}{dt} = \frac{M}{t} (c_1 + mc_{11} + 2c_2) > 0$  donde  $M$  es el módulo de los logaritmos de Briggs. Estas desigualdades nos han servido de control en los casos en que  $c_1$  y  $d_1$  eran de signos contrarios a los que exige la teoría antigua, pudiendo ser muy bien ahora  $c_1 < 0$  ó  $d_1 > 0$ , con tal de que se cumplan las nuevas condiciones (a), (b<sub>1</sub>) y (b<sub>2</sub>).

Cuando el tiempo de exposición de estrellas de programa difería poco del de las estrellas escala, lo que ha ocurrido con frecuencia, hemos corregido la magnitud de la estrella programa, aplicando la diferencia del tiempo para reducir al tiempo de exposición de la escala, pero manteniendo el ennegrecimiento observado. Ha sido entonces posible, en general, deducir la magnitud relativa entre la estrella de programa y la de escala, en todas las ondas, inmediatamente de la escala. De la ley de ennegrecimiento generalizada resulta por diferenciación, si  $e = \text{const.}$  y  $m$  y  $t$  variables:  $(c_1 + 2c_2\tau + c_{11}m) d\tau + (d_1 + 2d_2m + c_{11}\tau) dm = 0$  y por consiguiente la variación de  $m$  en función de la variación de  $\tau$ :  $dm = -\frac{c_1 + 2c_2\tau + c_{11}m}{d_1 + 2d_2m + c_{11}\tau} d\tau$  es suficiente para la reducción de  $m$  sobre la escala tiempo  $\tau_0 = \log t_0$ .

Si la ley de ennegrecimiento es lineal, o sea si prescindiendo de  $c_{11}$  es  $c_2 = d_2 = 0$ , se tiene  $dm = -\frac{d_1}{c_1} d\tau$ , independiente de  $t$  y  $m$ , como corresponde a la antigua ley de ennegrecimiento. Por consiguiente se tendrá, ya que según la antigua ley de ennegrecimiento es  $c_1 = \frac{5}{2} p d_1$ , donde  $p$  es el exponente de  $t$  en la antigua ley de reciprocidad, alterada tomando en promedio  $p = 0.8$ ,  $dm = -2d\tau = -2M \frac{dt}{t}$ , donde  $M$  es el módulo de los logaritmos de Briggs, de modo que  $dm = -0.87 \frac{dt}{t}$ . Mediante esta simple fórmula, o la anterior completa en caso de conocerse los coeficientes de la ley de ennegrecimiento, es posible deducir en forma cómoda y breve las magnitudes de una serie de estrellas.

Pasaremos ahora a explicar la reducción de la exposición espectral de la fecha 22-9-38, como ejemplo de placa de reducción más complicada que la del caso normal anteriormente tratado. Se trata en este caso especial de completar primeramente la determinación de la escala. Ha ocurrido también a menudo el caso en que las fechas del registro de los espectros y de la emulsión son distintas, debiéndose reducir a ellas las sensibilidades. Primeramente reproduciremos los ennegrecimientos observados sobre la placa original de la mencionada fecha, conjuntamente con los máximos y mínimos en los extremos rojo y azul respectivamente de los espectros de las estrellas observadas (véase tablas 3 a y 3 b). Después de efectuar la

**TABLA 3a**  
**Placa 1 (22 9/1938)**

		Nº 1) Nr. 54 ; 4 <sup>m</sup> 5 A <sub>0</sub> Bl <sub>2</sub> , t = 6 <sup>m</sup> 15 <sup>s</sup> (20 <sup>h</sup> 85)				Nº 2) Bl <sub>4</sub> , t = 6 <sup>m</sup> 15 <sup>s</sup> (21 <sup>h</sup> 0)				Nº 3) Bl <sub>6</sub> , t = 6 <sup>m</sup> 15 <sup>s</sup> (21 <sup>h</sup> 2)				Nº 4) Nr. 53 <sub>A+B</sub> ; 3 <sup>m</sup> 7 F <sub>2</sub> Bl <sub>2</sub> , t = 3 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup> (21 <sup>h</sup> 6)				Nº 5) Nr. 55 ; 5 <sup>m</sup> 9 G <sub>5</sub> Bl <sub>0</sub> , t = 13 <sup>m</sup> (22 <sup>h</sup> 0)			
		e'	e''	e''' ext	e																
Máx.		31.1			40.8					50.1				60.1				69.1			
Mín.		9.9			19.9					29.2				39.0				48.7			
$\lambda_1$		24.3	14.9	14.4	16.0	32.2	12.6	12.5	13.9	37.9	8.7	8.7	10.0	47.0	7.8	7.8	8.7	53.1	4.2	4.4	5.0
		9.4		+1.6		19.6		+1.4		29.2		+1.3		39.2		+0.9		48.9		+0.6	
$\lambda_2$		25.8	16.8	16.0	17.2	33.1	13.9	13.5	14.6	38.9	9.8	9.8	10.8	50.0	10.9	10.9	11.6	55.5	6.8	7.0	7.5
		9.0		+1.2		19.2		+1.1		29.1		+1.0		39.1		+0.7		48.7		+0.5	
$\lambda_3$		26.1	17.1	16.2	17.2	33.1	13.9	13.5	14.4	38.8	9.9	9.8	10.6	52.7	13.8	13.7	14.3	60.5	11.5	12.0	12.4
		9.0		+1.0		19.2		+0.9		28.9		+0.8		38.9		+0.6		49.0		+0.4	
$\lambda_4$		24.1	14.8	14.3	15.6	30.0	10.5	10.4	11.6	35.9	6.8	6.8	7.9	51.9	12.8	12.8	13.6	61.0	12.2	12.6	13.1
		9.3		+1.3		19.5		+1.2		29.1		+1.1		39.1		+0.8		48.8		+0.5	
$\lambda_5$		27.1	18.5	17.3	18.0	33.2	14.3	13.7	14.3	39.2	10.5	10.3	10.9	57.0	18.2	17.9	18.3	66.7	18.3	18.6	18.9
		8.6		+0.7		18.9		+0.6		28.7		+0.6		38.8		+0.4		48.4		+0.3	
Mín.		10.2			20.1					30.0				40.0				49.8			
Máx.		31.1			40.8					50.1				60.1				69.1			
		Nº 7) Nr. 57 ; 4 <sup>m</sup> 4 F <sub>5</sub> Bl <sub>0</sub> , t = 4 <sup>m</sup> 10 (22 <sup>h</sup> 3)				Nº 8) Nr. 58 ; 4 <sup>m</sup> 5 K <sub>0</sub> Bl <sub>0</sub> , t = 7 <sup>m</sup> (22 <sup>h</sup> 55)				Nº 9) Nr. 59 ; 5 <sup>m</sup> 3 G <sub>5</sub> Bl <sub>0</sub> , t = 6 <sup>m</sup> 40 <sup>s</sup> (22 <sup>h</sup> 8)				Nº 10) Nr. 52 ; 5 <sup>m</sup> 4 G <sub>3</sub> Bl <sub>0</sub> , t = 17 <sup>m</sup> (23 <sup>h</sup> 6)							
		e'	e''	e''' ext	e																
Máx.		79.0			31.0					40.9				50.0							
Mín.		58.1			9.9					19.9				29.5							
$\lambda_1$		71.2	13.1	13.2	13.6	18.2	8.3	8.3	8.4	27.8	7.8	7.8	7.8	35.0	5.4	5.6	4.9				
		58.1		+0.4		9.9		+0.1		20.0		0.0		29.6		-0.7					
$\lambda_2$		73.0	15.4	15.1	15.4	20.3	10.7	10.5	10.6	30.0	10.0	10.0	10.0	36.7	6.9	7.2	6.7				
		57.6		+0.3		9.6		+0.1		20.0		0.0		29.8		-0.5					
$\lambda_3$		74.3	15.7	16.2	16.4	26.7	16.4	16.6	16.7	34.3	14.2	14.3	14.3	41.9	12.4	12.7	12.3				
		58.6		+0.2		10.3		+0.1		20.1		0.0		29.5		-0.4					
$\lambda_4$		73.1	15.3	15.2	15.5	27.7	18.0	17.7	17.8	34.2	14.4	14.3	14.3	41.8	12.3	12.6	12.0				
		57.8		+0.3		9.7		+0.1		19.8		0.0		29.5		-0.6					
$\lambda_5$		76.4	19.1	18.5	18.7	30.3	21.1	20.3	20.4	38.7	19.4	18.9	18.9	47.3	18.3	18.3	18.0				
		57.3		+0.2		9.2		+0.1		19.3		0.0		29.0		-0.3					
Mín.		58.6			10.0					20.0				29.2							
Máx.		79.0			31.0					40.9				50.0							

TABLA 3b  
Placa 2 (22,9 1938)

		N° 1) Nr. 63 A; 4 <sup>m</sup> 5 A <sub>2</sub> Bl <sub>2</sub> , t = 3 5 <sup>s</sup> (0 <sup>h</sup> 05)				N° 2) Nr. 63 <sub>b</sub> ; 4 <sup>m</sup> 5 B <sub>9</sub> Bl <sub>2</sub> , t = 3 <sup>m</sup> 5 <sup>s</sup> (0 <sup>h</sup> 15)				N° 3) Nr 1, 4 <sup>m</sup> 2 B <sub>3</sub> Bl <sub>3</sub> , t = 3 <sup>m</sup> 40 (0 <sup>h</sup> 45)			
		<i>e'</i>	<i>e''</i>	<i>e'''</i> ext	<i>e</i>								
Máx.		59.8				69.2				78.8			
Mín.		38.5				48.2				57.8			
$\lambda_1$		55.5 38.1	17.4	16.8 -1.1	15.7	61.5 47.7	13.8	13.5 -1.2	12.3	72.9 57.3	15.6	15.2 -1.4	13.8
$\lambda_2$		56.5 38.3	18.2	17.8 -0.8	17.0	62.7 47.8	14.9	14.6 -0.8	13.8	74.0 57.2	16.8	16.3 -1.0	15.3
$\lambda_3$		56.3 38.3	18.0	17.6 -0.7	16.9	63.6 47.8	15.8	15.5 -0.7	14.8	74.0 57.2	16.8	16.3 -0.9	15.4
$\lambda_4$		54.2 38.3	15.9	15.5 -0.9	14.6	61.9 47.7	14.2	13.9 -1.0	12.9	71.6 57.0	14.6	14.1 -1.2	12.9
$\lambda_5$		55.4 38.1	17.3	16.7 -0.5	16.2	64.8 47.6	17.2	16.7 -0.5	16.2	73.8 56.9	16.9	16.2 -0.6	15.6
Mín.		38.5				48.0							
Máx.		59.8				69.2							
		N° 4) Nr. 54; 4 <sup>m</sup> 5 A <sub>0</sub> Bl <sub>2</sub> , t = 6 <sup>m</sup> 15 (0 <sup>h</sup> 65)				N° 5) Bl <sub>3</sub> , t = 6 <sup>m</sup> 15 <sup>s</sup> (0.9)				N° 6) Bl <sub>6</sub> , t = 6 <sup>m</sup> 15 <sup>s</sup> (1 <sup>h</sup> 05)			
		<i>e'</i>	<i>e''</i>	<i>e'''</i> ext	<i>e</i>								
Máx.		64.2				73.1				81.0			
Mín.		42.8				51.5				59.5			
$\lambda_1$		60.7 42.3	18.4	17.6 -1.6	16.0	68.6 51.1	17.5	16.7 -1.8	14.9	73.2 59.1	14.1	35.5 -1.9	11.6
$\lambda_2$		61.4 42.1	19.3	18.3 -1.1	17.2	69.3 50.8	18.5	17.4 -1.3	16.1	74.0 58.7	15.3	14.4 -1.4	13.0
$\lambda_3$		61.3 42.1	19.2	18.2 -1.0	17.2	69.3 50.8	18.5	17.4 -1.1	16.3	74.0 58.7	15.3	14.4 -1.2	13.2
$\lambda_4$		59.9 42.0	17.9	16.9 -1.3	15.6	67.8 50.6	17.2	16.1 -1.5	14.6	71.2 58.6	12.6	11.8 -1.6	10.2
$\lambda_5$		61.8 41.9	19.9	18.7 -0.7	18.0	70.0 50.6	19.4	18.1 -0.8	17.3	74.2 58.6	15.6	14.6 -0.8	13.8
Mín.		41.5				51.0				59.0			
Máx.		64.2				73.1				81.0			

lectura de los ennegrecimientos en las cinco posiciones de longitud de onda, corresponde deducir las sensibilidades en estos puntos partiendo de las medidas de los ennegrecimientos de la emulsión. La tabla siguiente, 4 a, relativa a la placa 1 contiene dichos ennegrecimientos en los puntos  $1(-\frac{1}{4})$ ,  $4\frac{1}{4}$ ,  $6\frac{3}{4}$  y  $10\frac{1}{4}$ , a distancias iguales, y su significado es este: Designemos los 10 espectros de una placa original sucesivamente con los números 1-10. La distancia lineal entre los pares de espectros, es decir, entre los espectros 2-3, 4-5, 6-7 y 8-9 es constante e igual a 2.5 mm; luego bastante grande para medir las emulsiones entre los pares de espectros; pero no demasiado grande, como vamos a ver en el ejemplo. El primer registro de la emulsión se ha realizado siempre paralelamente al espectro 1, fuera del área del espectro, a una distancia igual a un cuarto de la separación entre pares, es decir, a la distancia de 0.6 mm del primer espectro; esta posición ha sido designada con  $1(-\frac{1}{4})$  y la análoga, posterior al quinto par, con  $10(\frac{1}{4})$ , mientras que las emulsiones registradas entre los pares se han indicado con  $4\frac{1}{4}$ , etc. A menudo se han registrado también posiciones medias entre pares, indicándoselas entonces con  $2\frac{1}{2}$ ,  $4\frac{1}{2}$ , etc. En la fecha de que se trata, la segunda placa original contenía sólo seis espectros. La tabla que sigue, 4 b, representa las sensibilidades, es decir, las diferencias entre las lecturas del máximo, constante para cada espectro, y el ennegrecimiento local de la emulsión en los puntos ya establecidos. Como hemos dicho, las sensibilidades no se han registrado el mismo día que los espectros, porque la variación, a menudo fuerte, de la sensibilidad de la emulsión se reconocía después de haber registrado parte de los espectros. Este último registro lo hemos realizado el 1-12-38 y el 28-3-39, mientras que las emulsiones han sido registradas el 29-1-40 para la placa 1 y el 2-12-40 para la placa 2. En la representación gráfica de las emulsiones de las placas 1 y 2 (la 2 no se ha reproducido) las cifras 1, 2, ..., 10 del margen derecho indican los 10 espectros de la placa; en la posición 6 no ha sido observado ningún espectro por mera casualidad. Los números que se encuentran en las columnas  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_5$  (tabla 4 a) indican las sensibilidades  $s_0$ , obtenidas por el registro en los puntos  $1(-\frac{1}{4})$ ,  $4\frac{1}{4}$ ,  $6\frac{3}{4}$  y  $10\frac{1}{4}$ ; estos valores se han indicado sin paréntesis, habiéndose reservado éstos para representar las sensibilidades  $s_0$ , deducidas por medio de una interpolación, en las posiciones  $\lambda_1$  hasta  $\lambda_5$  a lo largo del mismo espectro. Con el argumento  $b_0$  hemos indicado las sensibilidades que corresponden siempre al mismo lugar del margen, al lado de  $\lambda_1$ , interpoladas de los dos valores observados al lado del espectro supuesto prolongado, indicado por eso entre paréntesis también.

En el día del registro de los espectros se han registrado también las sensibilidades en los mismos lugares del margen de todos los espectros; sus valores  $b$  figuran, en la representación gráfica, a la izquierda de los valores  $b_0$ , en tanto que las sensibilidades correspondientes a los espectros en  $\lambda_1$  hasta  $\lambda_5$  se han calculado de la manera siguiente: La reducción de  $b_0$  a  $b$ , es decir,  $\Delta b = b - b_0$  es igual a la reducción buscada de  $s_0$  a  $s$ , y vale  $\Delta b = +0.4$ , para el espectro 1; 0.0 para el 2;  $-0.2$  para el 3;  $-0.1$  para el 4;  $-0.8$  para el 5;  $-0.2$  para el 7;  $-0.1$  para el 8;  $-0.4$  para el 9 y  $-1.0$  para el 10. En rigor es  $s = \frac{b}{b_0} s_0$ ; pero considerando la pequeñez de la diferencia  $\Delta b$  como asimismo la pequeña variación de  $s$ , es suficientemente aproximada la fórmula  $s = s_0 + \Delta b$ . Las sensibilidades de las placas 1 y 2 figuran en las tablas 4 b y 4 c, variando las de la placa 1 entre 20.2 y 22.5 y las de la 2 entre 21.4 y 22.5, es decir, en forma tan perceptible que es inevitable tenerlas en consideración.

Si se sustrae la sensibilidad tomada directamente de la tabla, del ennegrecimiento del máximo correspondiente a cada espectro, se obtiene la lectura  $s$  del ennegrecimiento del fondo, ennegrecimiento mínimo, inscripto en las tablas 3 a y 3 b debajo del ennegrecimiento  $e'$  correspondiente a cada valor de  $\lambda_i$  (2ª co-

TABLA 4a  
Emulsiones. Placa I

$b$	$b_0$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	
	20.8	21.3	21.8	21.7	21.5	22.2	
21.2	(20.8)	(21.8)	(21.7)	(21.7)	(21.4)	(22.1)	1 (-1/4)
20.9	(20.9)	(21.2)	(21.6)	(21.6)	(21.3)	(21.9)	2
20.9	(21.1)	(21.1)	(21.2)	(21.4)	(21.2)	(21.6)	3
21.1	(21.2)	(21.0)	(21.1)	(21.3)	(21.1)	(21.4)	4
	21.2	21.0	21.0	21.3	21.0		4 1/4
20.4	(21.0)	(21.0)	(21.2)	(20.9)	(21.1)	(21.5)	5
-	(21.1)	(21.1)	(21.4)	(20.7)	(21.3)	(21.7)	6
	21.1	21.1	21.6	(19.6)	21.4	21.9	6 3/4
20.9	(21.1)	(21.1)	(21.6)	(20.6)	(21.4)	(21.9)	7
21.1	(21.2)	(21.2)	(21.5)	(20.8)	(21.4)	(21.9)	8
21.0	(21.4)	(21.3)	(21.3)	(21.2)	(21.5)	(22.0)	9
20.5	(21.5)	(21.4)	(21.2)	(21.5)	(21.5)	(22.0)	10
		21.4	21.2	21.8	21.5	22.0	10 1/4

TABLA 4b  
Sensibilidades. Placa I

Esp.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda_1$	21.7	21.2	20.9	20.9	20.2	—	20.9	21.1	20.9	20.4
$\lambda_2$	22.1	21.6	21.0	21.0	20.4	—	21.4	21.4	20.9	20.2
$\lambda_3$	22.1	21.6	21.2	21.2	20.1	—	20.4	20.7	20.8	20.5
$\lambda_4$	21.8	21.3	21.0	21.0	20.3	—	21.2	21.3	21.1	20.5
$\lambda_5$	22.5	21.9	21.4	21.3	20.7	—	21.7	21.8	21.6	21.0

TABLA 4c  
Sensibilidades. Placa II

Esp.	1	2	3	4	5	6
$\lambda_1$	21.7	21.5	21.5	21.9	22.0	21.9
$\lambda_2$	21.5	21.4	21.6	22.1	22.3	22.3
$\lambda_3$	21.5	21.4	21.6	22.1	22.3	22.3
$\lambda_4$	21.5	21.5	21.8	22.2	22.5	22.4
$\lambda_5$	21.7	21.6	21.9	22.3	22.5	22.4

lumna); la diferencia entre este *mínimum* y el ennegrecimiento observado da pues los ennegrecimientos espectrales buscados,  $e''$  (3ª columna). Pero para la comparación de todos los ennegrecimientos es necesario pasar de la sensibilidad particular de cada punto del espectro a la *standard* común S, de modo que hay que multiplicar aún cada valor aislado de ennegrecimiento por el factor  $\frac{S}{s}$ , habiéndose elegido en el caso de que se trata el valor  $S = 21.0$ , con el cual resultan los ennegrecimientos  $e'''$  de la 4ª columna. Finalmente deben corregirse estos ennegrecimientos por la alteración de la extinción durante la noche de observaciones, Para deducir esta variación nos ha servido la estrella escala nº 54 ( $m = 4.5$ , del tipo  $A_0$ , observada con el diafragma  $D_2$  y tiempo de exposición  $t = 6^m 15^s$ ). Los instantes correspondientes a las dos exposiciones de esta estrella fueron  $20^h 85$  y  $24^h 65$ . Las diferencias de ennegrecimientos para cada una de las cinco longitudes de onda son constantes para todas las estrellas, si son iguales los tiempos de exposición, por lo menos en una primera y en este caso suficiente aproximación. En efecto, se tiene por la ley de ennegrecimiento, si se indica con  $m_1 - m_2 = \Delta m$  la variación por extinción,

$$e_1 - e_2 = d_1(m_1 - m_2) + d_2(m_1^2 - m_2^2) + c_{11}\tau(m_1 - m_2) = d_1\Delta m + d_2\Delta m(m_1 + m_2) + c_{11}\tau\Delta m.$$

El primer término  $d_1\Delta m$  es pequeño de primer orden en  $\Delta m$ ; el segundo es de segundo orden porque la curva de ennegrecimiento es rectilínea en su parte media principal, de modo que  $d_2$  es pequeño de primer

**TABLA 5**  
**Consideración de la extinción**

Estrellas Nr. 54 :  $4^m 5$ ,  $A_0 B1_2$ ,  $t = 6^m 15^s$  a los tiempos  $20^h 85$  y  $24^h 65$  los ennegrecimientos correspondientes eran :

	20 <sup>h</sup> 85	24 <sup>h</sup> 65	Dif.
	$e_1$	$e_2$	
$\lambda_1$ .....	14.4	17.6	+3.2
$\lambda_2$ .....	16.0	18.3	+2.3
$\lambda_3$ .....	16.2	18.2	+2.0
$\lambda_4$ .....	14.3	16.9	+2.6
$\lambda_5$ .....	17.3	18.7	+1.4

de modo que la reducción de los ennegrecimientos respecto de la hora promedia  $22^h 75$  es :

Placa I						Placa II					
$\lambda_i$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_i$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$
Esp.						Esp.					
1.....	+1.6	+1.2	+1.0	+1.3	+0.7	1.....	-1.1	-0.8	-0.7	-0.9	-0.5
2.....	1.4	1.1	0.9	1.2	0.6	2.....	1.2	0.8	0.7	1.0	0.5
3.....	1.3	1.0	0.8	1.1	0.6	3.....	1.4	1.0	0.9	1.2	0.6
4.....	0.9	0.7	0.6	0.8	0.4	4.....	1.6	1.1	1.0	1.3	0.7
5.....	0.6	0.5	0.4	0.5	0.3	5.....	1.8	1.3	1.1	1.5	0.8
7.....	0.4	0.3	0.2	0.3	0.2	6.....	1.9	1.4	1.2	1.6	0.8
8.....	+0.1	+0.1	+0.1	+0.1	+0.1						
9.....	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0						
10.....	-0.7	-0.5	-0.4	-0.6	-0.3						

orden; el tercer término es también de segundo orden pues en general es  $c_{11}$  pequeño, de modo que basta en general, para nuestras observaciones, en la primera aproximación, la fórmula :  $e_1 - e_2 =$

$d_1 \Delta m = \text{const.}$ , independiente del tiempo de exposición y de la magnitud, aunque dependiente de cada valor de  $\lambda$ ; pero en general y rigurosamente la reducción mencionada debe depender de la intensidad y del color, es decir, del efecto Purkinje, como lo demuestran las observaciones.

La tabla 5 contiene las correcciones de los ennegrecimientos observados y corregidos por variación de la sensibilidad,  $e_1$  y  $e_2$ , y las alteraciones correspondientes por la extinción para las cinco longitudes de onda utilizadas. Las correcciones referidas al centro del intervalo de observación ascienden a 1.8 unidades de ennegrecimiento en el máximo absoluto. Los ennegrecimientos definitivos que resultan de tener en cuenta estas correcciones, (ext., 4ª columna, línea 2ª de cada  $\lambda$ ), forman la base de los cálculos venideros.

En la figura adjunta se han reproducido las escalas deducidas mediante las observaciones de la estrella n° 54 para las longitudes de onda  $\lambda_1$  hasta  $\lambda_5$ ; por casualidad casi coinciden las curvas correspondientes a  $\lambda_2$  y  $\lambda_3$ ; y las curvas de  $\lambda_4$  y  $\lambda_5$  han sido prolongadas desde  $D_2$  hacia  $D_0$  por extrapolación. En dicho diagrama hemos tomado como abscisas los diafragmas 2, 4 y 6, correspondientes a 0<sup>m</sup>5, 1<sup>m</sup>0 y 1<sup>m</sup>5. Con estas escalas ha sido posible deducir con facilidad, en primer lugar, las magnitudes de las estrellas n°s 58 y 59, respecto de la estrella de escala, como estrella cero, ya que las observaciones de escalas no bastan, por sí solas, para determinar las constantes de la ecuación de ennegrecimiento. Puesto que las diferencias de los tiempos de exposición valen  $n^\circ 58 - n^\circ 54 = +45^\circ$  y  $n^\circ 59 - n^\circ 54 = +24^\circ$ , en tanto que el tiempo de exposición de la estrella escala es  $t_0 = 6^m 15^s$ , ha sido posible reducir las dos estrellas mencionadas a la estrella escala. Los ennegrecimientos de las dos estrellas 58 y 59 valen para el tiempo de exposición de la estrella cero, si se aplica la fórmula  $dm = -2M \frac{dt}{t}$ , donde  $dt = t - t_0$ , como hemos explicado antes; de modo que en caso de una exposición demasiado grande resulta, como consecuencia de una reducción a exposición menor, un aumento de intensidad, es decir una disminución de la magnitud y análogamente un aumento para tiempo pequeño de exposición. Por tanto tendremos en nuestro caso en que  $dt = +45^\circ$  ó  $+25^\circ$  las correcciones respectivas  $dm = -0.09$  y  $-0.05$ ; y por aplicación de las escalas de estrella-cero, las diferencias de magnitud en las cinco posiciones de onda que figuran en la tabla 6 a.

TABLA 6 a

$\lambda_i$	$m_{58} - m_{54}$	$m_{59} - m_{54}$
$\lambda_1$ .....	+1.81	+1.81
2.....	1.69	1.69
3.....	0.74	1.23
4.....	0.13	0.83
5.....	0.07	0.37

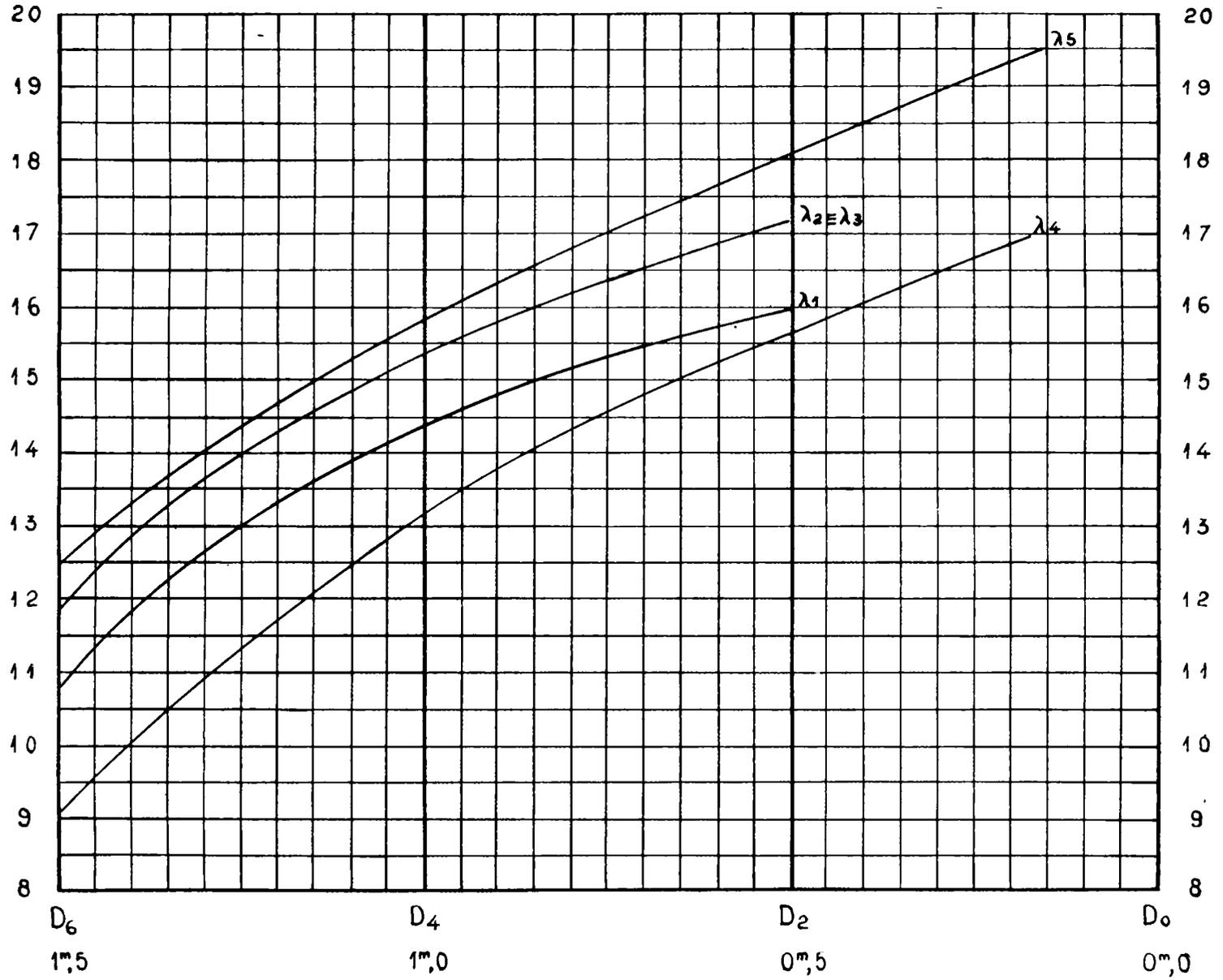
TABLA 6 b

$\lambda_i$	$m_{57} - m_{54}$	$m_{63B} - m_{54}$
$\lambda_1$ .....	+0.61	+0.74
3.....	+0.26	+0.53
5.....	-0.30	-0.04

Hemos aplicado además las magnitudes correspondientes a otras dos estrellas, a saber los n°s 57 y 63 B deducidas en fechas 19-IX-38 y 16-IX-38, habiendo obtenido respecto de la misma estrella cero las diferencias que figuran en la tabla 6 b. Las diferencias de magnitudes  $\Delta m$  correspondientes  $\lambda_2$  y  $\lambda_4$  no se han deducido ni para este caso ni para otros de toda una serie de fechas, por abreviar un tanto los cálculos, aunque con ello hemos limitado la posibilidad de comparar las observaciones con la curva de Planck.

**ESCALA DE DIAFRAGMAS**

del 22.9.38, Estrella N° 54,  $m = 4.5$ ,  $A_0$ ,  $t = 6^m 15^s$



Para cada  $\lambda_i$  se tienen siete ecuaciones de la forma

$$e = c_0 + c_1\tau + c_2\tau^2 + d_1m + d_2m^2 + c_{11}\tau m,$$

correspondiendo las tres primeras a las observaciones de la estrella cero con diafragmas ; las dos siguientes a las estrellas n<sup>o</sup> 58 y 59 y por último las dos restantes ecuaciones a las estrellas n<sup>o</sup> 57 y 63B. La resolución por el método de los mínimos cuadrados da para los coeficientes de la ecuación de ennegrecimiento los resultados que figuran en la siguiente tabla 7. En la tabla de la derecha figuran los restos de

TABLA 7

Coefficiente	$\lambda_1$	$\lambda_3$	$\lambda_5$	Ecuación	$\lambda_1$	$\lambda_3$	$\lambda_5$
$c_0$ .....	+14.991	+17.177	+19.409	1.....	+0.1	-0.1	+0.1
$c_1$ .....	+27.028	+8.426	+18.574	2.....	-0.1	-0.1	-0.2
$c_2$ .....	+77.638	+14.116	+49.657	3.....	0.0	+0.1	+0.1
$d_1$ .....	+4.357	+1.502	-2.502	4.....	0.0	0.0	0.0
$d_2$ .....	-4.837	-3.321	-0.869	5.....	-0.1	-0.1	+0.1
$c_{11}$ .....	-0.914	-2.693	+5.954	6.....	0.0	+0.1	-0.1
				7.....	0.0	0.0	0.0

los errores de observación, O-C, de las siete ecuaciones. La representación es muy satisfactoria pues el error máximo asciende a 0.2 de unidad de ennegrecimiento, error que aparece una sola vez, no obstante tenerse únicamente siete ecuaciones para determinar las seis incógnitas.

En general, si la exactitud interna no es especialmente alta, resultan, con siete ecuaciones para determinar las seis incógnitas, mayores diferencias que en la fecha de que se trata. Aún en días con resolución normal los errores pueden ascender a + 1.0 unidades de ennegrecimiento.

Basándonos en los valores precedentemente deducidos de la ley de ennegrecimiento obtendremos, utilizando los ennegrecimientos de las estrellas desconocidas, las siguientes diferencias de magnitud :

TABLA 8

N <sup>o</sup> .	$\lambda_1$	$\lambda_3$	$\lambda_5$
1.....	- 0 <sup>m</sup> 47	- 0 <sup>m</sup> 15	- 0 <sup>m</sup> 04
52.....	+ 3.19	+ 1.89	-
55.....	+ 2.80	+ 1.74	-
63 A.....	- 0.02	+ 0.10	- 0.25

Las magnitudes de las estrellas n<sup>o</sup> 52 y 55 correspondientes a  $\lambda_5$  se han suprimido a causa de que los ennegrecimientos resultaron demasiado grande por los fuertes tiempos de exposición.

### § 5. La deducción de las temperaturas relativas

Para pasar ahora a la determinación de las temperaturas de nuestras estrellas, es necesario deducir primeramente, para todas ellas, aplicando el método recién desarrollado, las diferencias de magnitud de cada una respecto de la estrella escala de la fecha, como estrella cero, para las cinco longitudes de onda  $\lambda_1$  hasta  $\lambda_5$ . La siguiente tabla n<sup>o</sup> 9 contiene en las columnas 5<sup>a</sup>-9<sup>a</sup> las diferencias  $\Delta m_i = m_i - m_0$  como

TABLA 9

Número	Fecha	Estrella	Comp.	$\Delta m_1$	$\Delta m_2$	$\Delta m_3$	$\Delta m_4$	$\Delta m_5$	$\Delta \tau$
1.....	1/3/38	17	66	+1.16		+3.03		+3.04	-2.308
		20	"	+1.76		+2.98		+1.59	+0.415
		23	"	+1.98		+2.55		+3.47	-1.965
2.....	21/5/38	21	"	+2.12		+2.51		+1.84	+0.443
		28 B	77	-		+2.09		+0.96	+2.536
		29 A	"	+0.78		+0.37		-0.09	+1.136
		29 B	"	+0.75		+0.49		-0.08	+1.103
3.....	23/5/38	35	"	+1.08		+0.64		+1.03	+0.004
		31 A	77	+0.98		+0.84		+0.84	+0.172
4.....	25/5/38	30	27	-1.06		-1.14		-1.25	+0.249
5.....	27/5/38	29 A	77	+0.67		-0.49		-0.20	+1.025
		29 B	"	+0.82		+0.36		+0.03	+1.018
		31 B	"	+2.32		+1.78		+1.86	+0.553
6.....	3/6/38	34	35	+0.36		-0.31		+0.13	+0.217
		39 A	"	+1.13		+0.35		+0.16	+1.219
		39 B	"	+1.41		+0.44		+0.21	+1.507
		37 A	"	+0.68		+0.85		+0.61	+0.121
		36	"	+0.23		+0.73		+0.53	-0.339
7.....	23/6/38	33	35	+1.26		+0.13		-0.94	+2.839
		34	"	+0.36		-0.30		+0.14	+0.204
		37	"	+0.24		+0.38		+0.32	-0.089
8.....	26/6/38	35	30	+0.22		+0.67		+0.62	-0.483
		39 A	"	+1.34		+1.02		+0.78	+0.723
		39 B	"	+1.39		+1.13		+0.79	+0.787
		40	"	+1.80		+0.91		+0.70	+1.381
9.....	27/6/38	35	30	+0.22		+0.54		+0.62	-0.502
		37 B	"	+0.96		+1.06		+1.02	-0.068
		34	"	+0.58		+0.98		+0.77	-0.201
		39 A	"	+1.34		+1.02		+0.78	-0.876
		39 B	"	+1.40		+1.00		+1.01	+0.477
10.....	28/6/38	37 A	35	-		+0.51		+0.44	+0.157
		37 B	"	-		+1.04		+0.74	+0.673
		39 A	"	-		+0.79		+0.36	+0.965
		39 B	"	-		+0.58		+0.29	+0.650
		36	"	-		+0.39		+0.34	+0.112
11.....	16/7/38	32	30	+1.53		+0.79		+0.15	+1.788
		31 A	"	-0.12		-0.03		-0.14	-0.344
12.....	18/7/38	38	37 B	-		-1.68		-1.52	-0.36
		43	38	-		+1.37		+0.26	+2.490
13.....	25/7/38	49	45	+0.68		-0.08		+0.11	+0.672
		46 A+B	"	-1.17		-		-1.33	+0.211
		44	"	+0.44		-0.44		-0.77	+1.534
14.....	26/7/38	42	35	+2.15		+0.97		+0.56	+2.012
		41	"	+2.21		+0.48		+0.11	+2.632
		40	"	+2.35		+0.97		+0.45	+2.409
15.....	28/7/38	51	35	+0.35	+0.32	+0.27	+0.19	+0.13	+0.297
		54	"	-0.10	-0.06	-0.05	-0.13	-0.10	+0.040
		49	"	+1.10		-0.17		+0.29	+0.926
16.....	17/8/38	49	35	-0.67		-1.12		-0.80	+0.112
		48	"	-1.45		-1.06		-0.52	-1.222
		47	"	+0.68		-0.45		-0.65	+1.662
		50	"	+0.68		-0.07		-0.40	+1.374
		51	"	-1.42		-0.75		-0.89	-0.629
		44	"	+0.44		-0.44		-0.68	+1.410
17.....	18/8/38	38	45	-2.72		-1.36		-1.06	-2.082
		47	"	-0.01		0.00		-0.01	-0.101
		49	"	-0.67		-0.17		-0.09	-0.724

Número	Fecha	Estrella	Comp.	$\Delta m_1$	$\Delta m_2$	$\Delta m_3$	$\Delta m_4$	$\Delta m_5$	$\Delta \tau$
18.....	19/8/38	49	53 A + B	-0.23	-	+0.87	+0.98	+0.96	-1.556
		41	»	+3.48		+1.53		+0.86	+3.315
		42	»	+3.22		+1.92		+1.11	+2.709
		51	»	+1.61		+1.32		+0.88	+0.961
19.....	21/8/38	49	48	+0.79		-0.06		-0.28	+1.346
		42	»	+2.63		+1.24		+1.06	+1.953
20.....	13/9/38	50	48	+2.13		+1.02		+0.03	+2.724
		51	»	+0.03	+0.05	-0.09	-0.20	-0.36	+0.550
		39 A	»	+1.13		+0.26		+0.08	+1.316
		41	»	+1.89		+0.56		+0.15	+2.196
		39 B	»	+1.24		+0.38		+0.04	+1.524
21.....	14/9/38	56	54	+1.57		+0.58		-0.28	+2.398
22.....	16/9/38	79	54	-0.46		-1.53		-0.78	+0.282
		53 A	»	+0.43	+0.09	-0.56		-0.57	+1.237
		63 B	»	+0.72	+0.58	+0.51	+0.13	-0.07	+1.060
		56	»	+1.40		+1.17		+0.58	+2.635
		52	»	+2.40		+1.92		-0.49	+3.905
23.....	19/9/38	55	»	+2.43		+1.53		-0.33	+3.603
		57	54	+0.57	+0.51	+0.20	-0.11	-0.40	+1.343
		61	»	+1.88		+0.37		-0.04	+2.417
24.....	20/9/38	47	54	+2.55		+0.93		+0.55	+2.610
25.....	22/9/38	63 A	54	-0.04		-0.17		-0.07	+0.022
		1	»	-0.45		+0.12		-0.22	-0.232
		58	»	+1.76	+1.63	+0.67	+0.05	-0.05	+2.606
		59	»	+1.76	+1.63	+1.16	+0.75	+0.26	+1.600
		62	54	+1.79		+0.96		+0.34	+1.94
26.....	27/9/38	61	63 A	+1.84		+1.37		+0.15	+2.255
		59	»	+1.80		+1.33		+0.33	+1.952
		60	»	+1.10		+0.93		+0.86	+0.305
		62	»	+1.88		+1.14		+0.41	+1.913
28.....	16/11/38	60	7	-	+1.38	+1.54	+1.60	+1.70	-0.474
		59	»	+1.41	+1.49	+1.32	+1.52	+1.52	-0.130
29.....	17/11/38	62	63 A	+1.88		+1.14		+0.41	+1.913
		1	»	-0.03		+0.28		-0.28	+0.390
		9	»	+0.86		+0.46		+0.09	+1.000
30.....	20/11/38	2	63 A	+1.43		+1.06		+0.66	+1.005
		3	»	+1.23		+1.09		+0.82	+0.544
		4	»	+1.73		+1.58		+1.14	+1.650
31.....	22/11/38	63 A	7	-1.26		+0.02		-0.18	-1.288
		2	»	+0.17		+0.05		-0.09	+0.339
		4	»	+0.47		+0.57		+0.35	+0.180
		5	»	+0.68		+0.51		+0.29	+0.512
		7	8	+0.33		+1.14		+0.89	-0.650
32.....	13/12/38	7	8	+0.33		+1.14		+0.89	-0.650
33.....	17/12/38	12	26	-		+0.76		+1.03	-0.606
34.....	19/12/38	4	8	+1.73		+1.61		+1.62	+0.133
		6 A	18	-0.91		-0.52		-0.22	-0.891
		6 B	»	-0.50		-0.32		-0.01	-0.648
		1	18	-0.35		+0.49		+1.73	-2.737
35.....	20/12/38	1	18	-0.35		+0.49		+1.73	-2.737
36.....	9/2/39	14	65	+0.65	+0.56	+0.80		-	-0.566
37.....	11/2/39	12	68	-0.49		-0.48		-1.02	+0.730
		13	»	-2.34		-2.12		-2.33	+0.019
		15 A	»	+1.08		+0.89		+0.84	+0.302
		15 BC	»	+0.15		+0.10		+0.19	-0.063
		67	»	-0.66		-0.94		-1.16	+0.641
		18 A	67	+2.29		+1.33		+0.71	+2.031
		69	»	+1.13		+0.09	-0.34	-0.60	+2.306
		13	»	-1.18		-0.95		-0.69	-0.640
		11	»	+0.58		+0.04		-0.93	+1.997
		10	»	-		+1.84		+0.67	+2.626
38.....	13/2/39	18 B	»	+3.48		+1.14		+2.44	+1.083

Número	Fecha	Estrella	Comp.	$\Delta m_1$	$\Delta m_2$	$\Delta m_3$	$\Delta m_4$	$\Delta m_5$	$\Delta \tau$
39.....	19/2/39	68	69	-0.90	-0.93	+0.14	+0.38	+1.12	-2.818
40.....	20/2/39	19 A	67	+1.19	+1.02	+1.19		+1.44	-0.436
		19 B	»	+1.54	+1.46	+1.57		+2.02	-0.704
		17	»	+1.64		+2.41		+2.59	-1.192
41.....	21/2/39	68	65	-			+0.31	+0.90	-2.261
42.....	17/3/39	70	74	-1.76		-1.21		-1.12	-0.876
		65	»	-		-1.78	-1.63	-1.38	-0.905
		69	»	-0.42		-0.60		-0.94	+0.689
		16	»	+1.10	+1.54	+1.92		+2.78	-2.104
43.....	20/3/39	25	69	-1.67		-1.47		-0.55	-1.512
44.....	21/3/39	68	22	-0.86		-0.98		-0.95	+0.106
		73	»	-0.73		-0.50		-0.49	-0.296
		29 A	»	-1.23		-1.23		-1.21	-0.028
		29 B	»	-1.18		-1.01		-1.21	+0.066
45.....	23/3/39	73	75	+0.16		+0.30		+0.59	-0.570
		76	»	+0.32		+0.48		+0.66	-0.444
46.....	24/3/39	68	76	-1.07	-1.34	-1.36	-0.88	-0.71	-0.675
47.....	10/4/39	69	74	+0.50	+0.70	-0.25	-0.34	-0.36	+1.425
		23	»	-	-	+0.30	-	+0.77	-1.054
48.....	11/4/39	69	74	-0.53	-0.18	-0.18	-0.16	-0.32	-0.167
49.....	17/4/39	75	72	+0.36		-0.09		-0.10	+0.566
		71	»	-0.27		-0.57		-0.43	+0.176
		22	»	+2.46		+3.14		-	-2.157
		23	»	+1.72		+2.02		-	-0.951
50.....	19/4/39	72	75	+0.20	+0.18	+0.17	+0.05	-	+0.273
		71	»	-0.69	-0.79	-0.62	-0.63	-	-0.252
		26	»	+1.14		+1.11		+1.09	-0.064
51.....	20/4/39	24	75	+0.70	+0.88	+0.66	+1.24	+1.23	-0.731
		29 A = B	»	-0.99	-0.86	-1.25	-1.15	-1.29	+0.476
		72	75	+0.22	+0.40	+0.44	+0.25	+0.08	+0.270
52.....	11/6/39	34	78	+1.84	+1.82	+1.73	+1.62	+1.56	+0.397
		35	»	+0.18	+0.47	+0.85	+1.16	+1.06	-1.213
53.....	5/11/39	7	64	+2.13		+2.10	+1.05	+0.95	+1.774
54.....	7/11/39	6 B	64	-0.07		+0.06	-0.08	+0.09	-0.237

resultado de cálculos muy extensos; las dos primeras columnas contienen respectivamente el orden y la fecha de observación; la 3ª el número de la estrella de programa; la 4ª el número de la estrella escala de la fecha, estrella de comparación, y por último la 10ª contiene las diferencias de las temperaturas recíprocas indicadas como  $\Delta \tau$ .

Hemos comparado las diferencias  $\Delta m_i$  así obtenidas, con las curvas de radiación de Planck, basándonos en la representación que sigue. Se tiene la conocida relación  $m_i - m_0 = \frac{1}{\lambda_i} x + y$ , que sigue de la ley de Planck, donde las incógnitas  $x$  e  $y$  están ligadas a las temperaturas por las relaciones siguientes:

$$x = 1.086 (c_2/T - c_2/T_0)$$

$$y = y_0 + 2.5 \lg [1 - e^{-c_2/\lambda_i T}] - 2.5 \lg [1 - e^{-c_2/\lambda_i T_0}],$$

donde  $T$  es la temperatura de la estrella de programa,  $T_0$  la de la estrella cero,  $c_2 = 14320$ ;  $y$  o  $y_0$  constante y las  $\lambda$  están expresadas en  $\mu$ . Los términos logarítmicos de  $y$  son funciones de  $\lambda_i$ ,  $T$  y  $T_0$  y pueden considerarse conjuntamente, como pequeña corrección de las magnitudes observadas  $m_i - m_0$ , escribiendo

$$\frac{1}{\lambda_i} x + y_0 = m_i - m_0 + c \quad \text{donde} \quad c = -\frac{5}{2} \lg [1 - e^{-c_2/\lambda_i T}] + \frac{5}{2} \lg [1 - e^{-c_2/\lambda_i T_0}].$$

Esta pequeña corrección  $c$  se ha calculado ampliando la tabla de Brill, *Handbuch der Astrophysik*, tomo V, 1ª parte, pág. 137, adoptando valores para  $T$  y  $T_0$ . Después de haber deducido las incógnitas  $x$  e  $y$  por el cálculo de compensación se obtienen las diferencias de las temperaturas recíprocas  $\Delta\tau$  de la 10ª columna de la tabla 9 por medio de la fórmula

$$\Delta\tau = T - T_0 = 0.92 x \quad \text{donde} \quad \tau = \frac{c_2}{T}.$$

En cuanto a la repartición de los errores y a la exactitud con que las observaciones pueden representarse por la ley de radiación de Planck, el resultado que nos suministra el material de observaciones es el siguiente: el error promedio de una ecuación de peso 1 asciende a la cantidad  $\varepsilon_0 = \pm 0^m 11$ , prescindiendo de desviaciones extraordinarias superiores a  $0^m 30$ . Este error es mayor del que se esperaba, pues la exactitud de la lectura de las curvas registradoras vale  $\varepsilon_r = \pm 0.2$  mm, resultando como error medio de un ennegrecimiento, es decir, la diferencia de dos lecturas,  $\varepsilon(s) = \pm 0.28$  mm. Ya que, por otra parte, a una altura de registro de 22 mm corresponde en promedio 1.5 magnitudes, al error  $\varepsilon(s)$  corresponde en magnitudes el valor  $\varepsilon(s) = \pm 0^m 02$ , esencialmente menor que el error medio calculado de una ecuación.

Este aumento inesperado del error medio de una ecuación parece demostrar, en primer lugar, que las observaciones sólo se adaptan parcialmente a la ley de Planck, circunstancia ya destacada por otras investigaciones. De ser cierto este hecho es indudable que no se habría logrado ni mayor exactitud ni mejor adaptación a la ley de Planck mediante un aumento de las observaciones, o sea con más de 3-5 ecuaciones o longitudes de onda. Observaremos por otra parte que siendo pequeños, para cada estrella, los pesos de  $x$  y de  $y$  calculados en base de 3 y aún de 5 ecuaciones, pues es  $p(x) = 0.25$  y  $p(y) = 0.053$  y por tanto  $\varepsilon(x) = \pm 0.22$  y  $\varepsilon(y) = \pm 0.48$ , resulta más insegura la representación de las ecuaciones por las incógnitas calculadas, de lo que corresponde a la exactitud de  $m_i - m_0$ , es decir, de los segundos miembros de las ecuaciones. Por consiguiente el grado de adaptación a las curvas de Planck es menos seguro con un material de mediciones espectrales entre  $\lambda_1$  y  $\lambda_5$ , pareciendo que quizás habría sido necesario medir mucho más allá de  $\lambda_5 = 5620$  Å. Pero para ello habría sido necesario elegir la inclinación del chasis en tal forma que fuese enfocada sobre la placa la parte roja del espectro, en cuyo caso la parte espectral azul-violeta del espectro habría resultado inservible. Además, haya o no desviación del cuerpo negro, las temperaturas obtenidas deberían ser reducidas a un nivel medio común, ya que las diferencias provienen del hecho de que las temperaturas son distintas a distintas profundidades para las diversas ondas. Pero falta todavía una representación teórica satisfactoria que tenga en cuenta estas correcciones.

§ 6. *La deducción de temperaturas absolutas, radios, masas y densidades de las estrellas dobles; la periodicidad de sus temperaturas*

Pasaremos ahora a deducir, prescindiendo provisoriamente de dudas teóricas, las temperaturas de estrellas referidas primeramente a una de las estrellas de tipo  $A_0$  observada a menudo y luego las temperaturas absolutas previa suposición de la temperatura de la estrella-cero. En una segunda publicación nos ocuparemos de comparar las temperaturas absolutas que vamos a deducir a continuación con las que resultan por medio del sol o la luna. Para ello es necesario reducir primeramente todas las diferencias de las

temperaturas recíprocas  $\tau_i - \tau_0$  a las nuevas diferencias  $\tau_i - \bar{\tau}_0 = \Delta\bar{\tau}_i$ , donde  $\bar{\tau}_0$  se refiere a la estrella especial de tipo A<sub>0</sub> n° 54 =  $\gamma$  Piscis Austr. La determinación directa del valor  $\tau_i$  de cada estrella en función de  $\bar{\tau}_0$  mediante todo el material y en una sola compensación ni venía al caso ni era prácticamente realizable pues las incógnitas ascienden a 78. Por tal motivo hemos adoptado el siguiente proceso de aproximación. De las fechas en que ha sido observada la misma estrella-cero resultan directamente, para una serie de estrellas, los valores correspondientes de  $\Delta\bar{\tau}_i$  que hemos tomado como comienzo de una tanda, empleando estas estrellas en todas las fechas de su observación para deducir los valores  $\Delta\bar{\tau}_i$  de otras. En este cálculo de los  $\Delta\bar{\tau}_i$  por grupos hemos aplicado con frecuencia, para evitar la acumulación de errores, el método de compensación. En la siguiente tabla n° 10 figuran ya los valores absolutos  $\tau_i$  después de sumar a  $\Delta\bar{\tau}_i$  un valor  $\bar{\tau}_0$  adoptado para la estrella n° 54, suponiendo  $T_0 = 11200^\circ$ . La columna St = Standard contiene el valor  $\tau$  que hasta hoy ha sido adoptado como promedio para los distintos tipos espectrales según F. Seares, con reducción aproximada a la escala Harvard. La diferencia O-St nos será útil aún para investigar el significado eventual de desviaciones sistemáticas de las temperaturas.

TABLA 10

Número	$\tau = \frac{c_2}{T}$			Número	$\tau = \frac{c_2}{T}$			Número	$\tau = \frac{c_3}{T}$		
	Observ.	Std.	o-Std.		Observ.	Std.	o-Std.		Observ.	Std.	o-Std.
1.....	+1.05	+1.15	-0.10	27.....	+1.49	+1.28	+0.21	52.....	+5.18	+3.05	-2.13
2.....	2.60	2.43	+0.17	28.....	3.24	2.20	+1.04	53 A....	2.52	2.01	+0.51
3.....	2.14	1.93	+0.21	29 A....	1.84	1.84	0.00	54.....	1.28	1.28	0
4.....	2.54	2.43	+0.11	B....	1.81	1.84	-0.03	55.....	4.88	3.04	+1.84
5.....	2.80	2.20	+0.60	30.....	1.74	1.28	+0.46	56.....	3.80	3.49	+0.31
6 A....	1.53	1.43	+0.10	31 A....	0.88	0.95	-0.07	57.....	2.62	2.20	+0.42
B....	1.60	1.43	+0.17	B....	1.33	0.95	+0.38	58.....	3.89	3.50	+0.39
7.....	2.45	2.43	+0.02	32.....	3.27	2.60	+0.67	59.....	2.88	3.04	-0.16
8.....	2.70	2.43	+0.27	33.....	3.80	3.49	+0.31	60.....	1.75	1.66	+0.09
9.....	2.30	3.04	-0.74	34.....	1.50	1.94	-0.44	61.....	3.64	3.49	+0.15
10.....	3.86	3.49	+0.37	35.....	1.23	1.28	-0.05	62.....	3.24	2.60	+0.64
11.....	3.72	2.60	+1.12	36.....	1.21	0.82	+0.39	63 A....	1.30	1.43	-0.13
12.....	1.80	0.82	+0.98	37 A....	0.09	1.28	-0.19	B....	2.34	1.43	+0.91
13.....	1.09	0.62	+0.47	B....	1.74	1.28	+0.46	64.....	1.09	1.28	-0.19
14.....	1.88	2.43	-0.55	38.....	1.53	0.82	+0.71	65.....	2.45	2.20	+0.25
15 A....	1.37	0.75	+0.62	39 A....	2.42	3.49	-1.07	66.....	2.80	2.20	+0.60
BC....	1.01	0.75	+0.26	B....	2.61	3.49	+0.88	67.....	1.71	1.66	+0.05
16.....	1.25	0.82	+0.43	40.....	3.40	3.49	-0.09	68.....	1.11	0.95	+0.16
17.....	0.51	0.95	-0.44	41.....	3.65	3.86	-0.21	69.....	3.60	3.04	+0.56
18 A....	3.75	3.49	+0.26	42.....	3.16	3.49	-0.33	70.....	2.48	1.93	+0.55
B....	2.80	2.60	+0.20	43.....	4.02	3.72	+0.30	71.....	1.27	0.95	+0.32
19 A....	1.27	1.15	+0.12	44.....	3.58	3.49	+0.09	72.....	1.80	1.94	-0.14
B....	1.01	0.82	+0.19	45.....	2.14	1.28	+0.86	73.....	0.74	0.62	+0.12
20.....	3.22	3.03	+0.19	46 A+B.	2.35	2.43	-0.08	74.....	3.38	2.60	+0.78
21.....	3.25	3.04	+0.21	47.....	3.80	3.49	+0.31	75.....	1.54	1.28	+0.26
22.....	1.07	1.43	-0.36	48.....	1.17	1.21	-0.04	76.....	1.32	1.66	-0.34
23.....	0.84	1.21	-0.37	49.....	2.25	1.93	+0.32	77.....	0.71	0.78	-0.07
24.....	0.92	0.95	-0.03	50.....	3.51	2.20	+1.31	78.....	1.57	1.28	+0.29
25.....	2.52	3.94	-0.52	51.....	1.53	1.66	-0.13	79.....	1.56	1.28	+0.28
26.....	1.46	1.43	+0.03								

Las temperaturas así calculadas figuran en la 7ª columna de la tabla 11. En la primera columna de esta tabla figura el n° de la estrella; en la segunda el nombre; en la tercera el número correspondiente al catálogo de paralajes del Yale Observatory; la 4ª contiene la magnitud aparente; la 5ª el espectro; la 6ª la magnitud absoluta; la octava la razón del radio de la estrella al del sol:  $r/r_0$ ; la 9ª la razón de la masa de la estrella a la del sol y por último la 10ª contiene la densidad media de la estrella sobre la del Sol. El cálculo de la razón  $r/r_0$  resulta de la ley de Stefan: las intensidades de luz de los hemisferios visibles de la estrella y del sol están dadas por las fórmulas

$$I = 2\pi r^2 \sigma T^4, \quad I_0 = 2\pi r_0^2 \sigma T_0^4$$

donde  $\sigma$  es la constante de Boltzmann. Si se pasa de las intensidades  $I$  e  $I_0$  a las magnitudes absolutas  $M$  y  $M_0$  y se calcula el valor de  $r/r_0$  resulta

$$\log \frac{r}{r_0} = -\frac{1}{5} \left[ M - M_0 + 10 \log \frac{T}{T_0} \right]$$

donde debe reemplazarse  $M_0$  y  $T_0$  por los valores numéricos  $M_0 = 4.8$  y  $T_0 = 6000^\circ \text{K}$  y  $M$  y  $T$  por los valores que figuran en las columnas precedentes de la mencionada tabla.

Para deducir las densidades medias de las estrellas se ha calculado primeramente las masas de las estrellas dobles observadas por medio de la relación masa-luminosidad de Eddington utilizando la magnitud absoluta  $M$  como argumento. De las relaciones

$$\mu = \frac{4}{3} \pi \rho r^3, \quad \mu_0 = \frac{4}{3} \pi \rho_0 r_0^3$$

resulta la razón de densidades

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\mu}{\mu_0} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-3}$$

cuyos valores numéricos figuran, como hemos dicho, en la columna 10ª. Observaremos que por falta de los paralajes  $\pi$  no figuran los valores de  $M$  y de las magnitudes de las tres últimas columnas para cinco estrellas del catálogo F. K. III.

Un examen de la tabla 11 muestra que la mayoría de las estrellas dobles tienen pequeñas densidades  $\rho$  respecto del sol, siendo en general gigantes y super-gigantes en la selección de estrellas que hemos realizado. Es una excepción sorprendente el caso de la estrella n° 17 con  $m = 5.3$ ,  $M = -0.2$ ,  $B_5$  y  $r/r_0 = 0.45$ , pero  $\frac{\mu}{\mu_0} = 4.2$ , de modo que  $\frac{\rho}{\rho_0} = 50.1$ ; esta estrella de tipo B es pues una gigante de gran densidad media. El radio máximo de la mayoría de las estrellas dobles asciende al décuple del radio del sol, aunque algunas tienen radios de veinte y hasta treinta veces el del sol. Tal ocurre con las siguientes estrellas dobles: n° 10 ( $r/r_0 = 23$ ,  $K_0$ ); n° 11 (29,  $G_0$ ); n° 26 (16,  $A_2$ ); n° 41 (18,  $K_3$ ); n° 43 (18,  $K_2$ ); n° 44 (25,  $K_0$ ); n° 50 (24,  $F_5$ ); n° 52 (35,  $G_5$ ); n° 55 (29,  $G_5$ ); n° 56 (17,  $A_0$ ); y en los casos de las simples n° 65 (20,  $F_5$ ) y n° 69 (17,  $G_5$ ). Hay pues estrellas de grandes radios de todos los tipos espectrales, excepto del B. Las estrellas dobles representantes de este tipo tienen radios de sólo hasta doce veces el del sol (n° 12,  $B_3$ ); y exceptuando ésta, el promedio de las razones  $r/r_0$  de las 16 estrellas dobles del tipo  $B_0 - B_5$  de nuestro programa alcanza solamente a 3.1.

TABLA 11

Número	Nombre	Yale	m	Sp.	M	T	$\frac{r}{r_0}$	$\frac{a}{a_0}$	$\frac{e}{e_0}$
1.....	$\zeta$ Phoe	348	4.2	B <sub>3</sub>	-1.55	12400 <sup>o</sup>	4.0	7.2	0.11
2.....	K Tuc	388	5.1	F <sub>8</sub>	+3.50	5510	2.1	1.3	0.14
3.....	$\varepsilon$ Scul	527	5.4	F <sub>0</sub>	+2.7	6700	2.0	1.7	0.21
4.....	66 Ceti	640	5.7	G <sub>0</sub>	+4.1	5640	1.5	1.1	0.33
5.....	84 Ceti	798	5.7	F <sub>5</sub>	+2.9	5120	3.2	1.6	0.049
6 A.....	$\theta$ Erid	890	3.1	A <sub>2</sub>	+0.1	9350	3.5	3.8	0.091
B.....	"	"	4.2	A <sub>2</sub>	+1.2	8950	2.3	2.6	0.22
7.....	94 Ceti	938	5.1	F <sub>8</sub>	+3.8	5850	1.6	1.2	0.30
8.....	$\alpha$ Forn	939	4.0	F <sub>8</sub>	+3.4	5310	2.3	1.4	0.11
9.....	40 Erid	1304	4.5	G <sub>7</sub>	+6.2	6220	6.0	0.71	0.0032
10.....	$\gamma$ Cael	1594	4.6	K <sub>0</sub>	0.0	3710	22.9	4.0	0.00033
11.....	$\beta$ Lep	1729	3.0	G <sub>0</sub>	-0.7	3850	28.9	5.1	0.00021
12.....	42 Ori	1777	4.6	B <sub>3</sub>	-1.9	7960	12.0	8.3	0.0048
13.....	$\zeta$ Ori	1808	2.0	B <sub>0</sub>	-2.7	13200	6.3	13.2	0.052
14.....	3 Mono	1912	5.0	B <sub>3</sub>	-1.2	7620	9.6	6.0	0.0069
15 A.....	$\beta$ Mono	2060	4.7	B <sub>2</sub>	+0.5	12300	1.7	3.3	0.72
B.....	"	"	5.2	"	+1.0	"	2.4	2.8	1.23
C.....	"	"	5.6	"	+1.4	"	2.0	2.4	1.82
16.....	BDS 3608	2149	6.0	B <sub>3</sub>	-1.4	11500	4.6	6.6	0.069
17 A.....	ADS 5487	2162	5.3	B <sub>5</sub>	-0.2	28100	0.45	4.2	50.1
18 A.....	$\gamma^2$ Vol	2278	3.9	K <sub>0</sub>	+2.8	3820	6.0	1.6	0.0072
B.....	"	"	5.3	G <sub>0</sub>	+4.2	5120	1.7	1.1	0.21
19 A.....	K Arg	2427	4.5	B <sub>3</sub>	-0.8	11300	3.6	5.4	0.11
B.....	"	"	4.6	B <sub>3</sub>	-0.7	14200	2.2	5.1	0.49
20.....	-34 <sup>o</sup> 4036	2487	5.0	F <sub>2</sub>	+4.2	4450	2.3	1.1	0.093
21.....	ADS 6914	2736	5.1	G <sub>7</sub>	+4.3	4410	2.2	1.0	0.10
22.....	15 Hyd	2812	5.6	A <sub>2</sub>	+1.6	13400	0.83	2.3	4.0
23.....	PGC 2433	2869	5.6	B <sub>0</sub>	+0.8	17100	0.76	3.0	6.8
24.....	-55 <sup>o</sup> 3286	3202	4.7	B <sub>5</sub>	-1.0	15600	2.1	5.8	0.63
25.....	$\mu$ Vel	3314	2.9	G <sub>5</sub>	+0.5	5690	7.6	3.3	0.0076
26.....	PGC 2954	3410	5.4	A <sub>2</sub>	-3.4	9820	15.9	>20	>0.0005
27.....	ADS 8183	3492	5.7	A <sub>0</sub>	+1.3	9620	1.9	2.5	0.36
28 B.....	ADS 8627	3830	6.1	F <sub>5</sub>	+2.1	4420	6.0	1.9	0.0087
29 A.....	$\gamma$ Virg	3833	3.6	F <sub>0</sub>	+3.2	7845	1.2	1.4	0.87
B.....	"	"	3.7	F <sub>0</sub>	+3.2	7845	1.2	1.4	0.87
30.....	$\theta$ Virg	3950	4.4	A <sub>0</sub>	+0.4	8220	3.8	3.4	0.062
31 A.....	3 Cent	4154	4.6	B <sub>5</sub>	+0.2	16300	1.1	3.7	2.8
B.....	"	"	6.2	B <sub>5</sub>	+1.8	10800	1.2	2.1	1.2
32.....	PGC 3682	4276	4.9	G <sub>0</sub>	+1.4	4380	8.7	2.7	0.0041
33.....	$\rho$ Virg	4305	5.0	K <sub>0</sub>	+3.2	3790	5.0	1.4	0.011
34.....	54 Hydr	3378	5.0	F <sub>5</sub>	+1.8	9550	1.5	2.1	0.60
35.....	$\iota$ Libr	4510	4.7	A <sub>0</sub>	0.0	11600	2.3	4.0	0.33
36.....	PGC 3954	4624	4.9	B <sub>3</sub>	-0.9	11800	3.3	5.4	0.15
37 A.....	$\xi$ Lupi	4736	5.4	A <sub>0</sub>	+1.9	13200	0.76	2.1	4.8
B.....	"	"	5.7	A <sub>0</sub>	+2.2	8230	1.7	1.9	0.42
38.....	$\zeta$ Lupi	4755	3.6	B <sub>1</sub>	-1.6	9350	7.6	7.4	0.017
39 A.....	36 Ophi	5127	5.3	K <sub>0</sub>	+6.4	5920	0.48	0.67	6.2
B.....	"	"	5.3	K <sub>0</sub>	+6.5	5480	0.52	0.67	4.7
40.....	PGC 4378	5140	5.7	K <sub>0</sub>	+1.7	4220	0.90	2.2	0.0045
41.....	$\tau$ Ophi	5144	5.4	K <sub>3</sub>	+0.2	3930	18.2	3.8	0.00063
42.....	PGC 4585	5432	5.7	K <sub>0</sub>	+0.2	4530	13.8	3.8	0.0014
43.....	$\xi$ Pav	5485	4.3	K <sub>2</sub>	+0.7	3560	18.2	3.2	0.00052
44.....	21 Sgr	5525	5.0	K <sub>0</sub>	-0.6	4040	25.1	4.9	0.00031
45.....	5 Aquil	5649	5.7	A <sub>0</sub>	+1.2	6700	4.0	2.6	0.042
46 A, B.....	$\gamma$ Cor Au	5785	5.0	F <sub>8</sub>	+3.8	6090	1.5	1.3	0.36
47.....	PGC 4973	5940	5.5	K <sub>0</sub>	+2.5	3770	6.9	1.7	0.0052

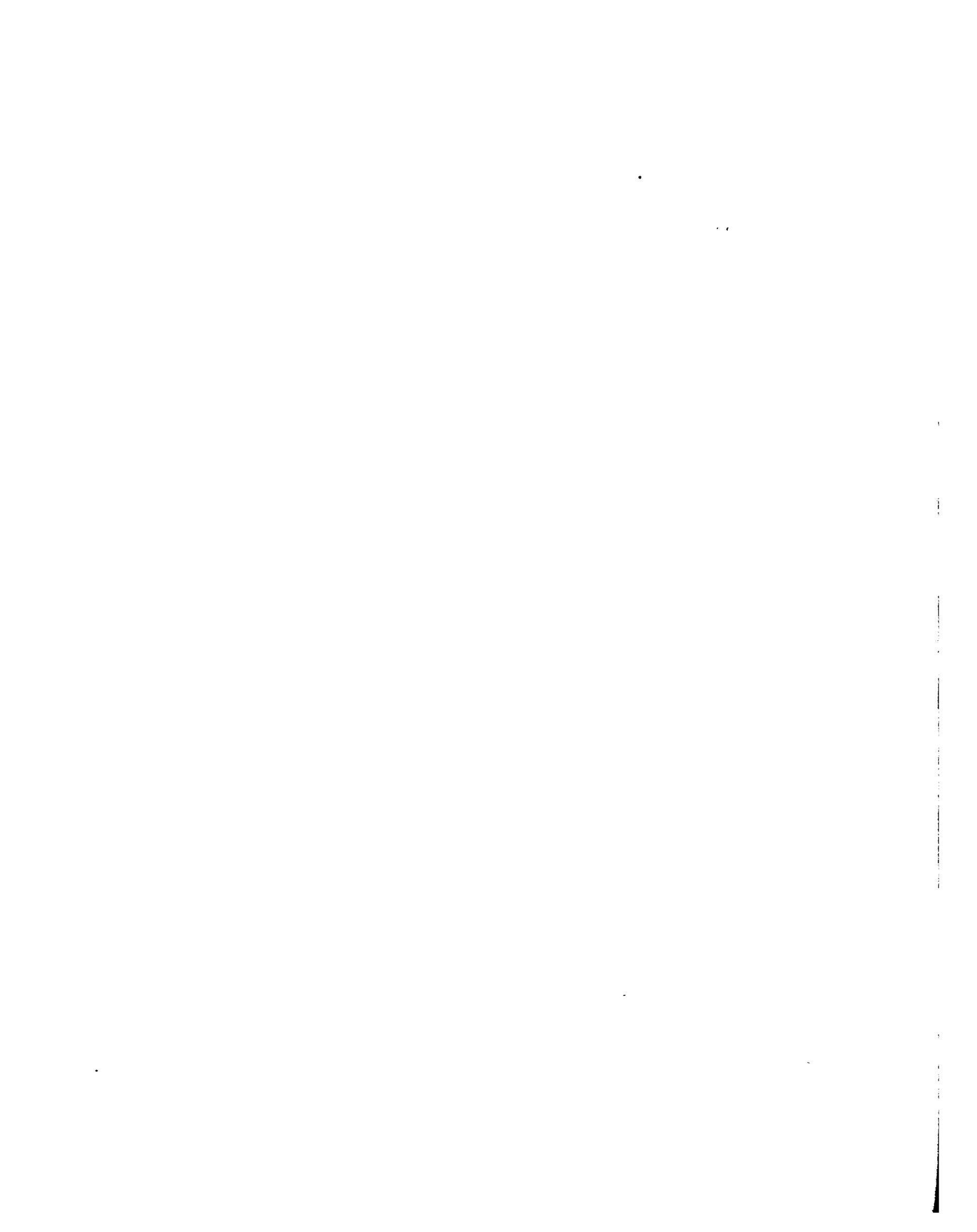
Número	Nombre	Yale	m	Sp.	M	T	$\frac{r}{r_0}$	$\frac{\mu}{\mu_0}$	$\frac{\rho}{\rho_0}$
48.....	52 Sgtr	5977	4.7	B <sub>3</sub>	+1.5	12300°	1.0	2.4	2.1
49.....	$\gamma$ Capr	6300	5.0	F <sub>0</sub>	+2.8	6370	2.1	1.6	0.17
50.....	12 Aquar	6526	5.9	F <sub>5</sub>	-0.5	4080	24.0	4.8	0.00035
51.....	$\theta$ Indi	6609	4.7	A <sub>5</sub>	+2.9	9360	1.0	1.5	1.7
52.....	41 Aquar	6932	5.4	G <sub>5</sub>	+0.4	2770	34.7	3.4	0.000081
53 A.....	$\xi$ Aquar	7016	4.4	F <sub>2</sub>	+1.8	5690	4.2	2.1	0.029
B.....	"	"	4.6	F <sub>3</sub>	+2.0	5690	3.8	2.0	0.036
54.....	$\gamma$ Psc Au	7136	4.5	A <sub>0</sub>	+1.7	11200	1.2	2.2	1.5
55.....	ADS 16365	7161	5.9	G <sub>5</sub>	+0.5	2940	28.8	3.3	0.00014
56.....	$\delta$ Psc Au	7166	4.3	A <sub>0</sub>	+0.6	3770	16.6	3.2	0.00071
57.....	$\theta$ Grus	7224	4.4	A <sub>5</sub>	+0.3	5470	9.1	3.5	0.0047
58.....	$\psi$ Aquar	7265	4.5	A <sub>0</sub>	+2.3	3680	7.9	1.8	0.0036
59.....	94 Aquar	7290	5.3	G <sub>5</sub>	+3.2	4980	2.9	1.4	0.059
60.....	ADS 16979	7423	5.4	A <sub>5</sub>	+0.9	8190	3.0	2.9	0.10
61.....	27 Psc	7491	5.1	K <sub>0</sub>	+1.2	3940	11.4	2.6	0.0017
62.....	PGC 4	6	5.8	G <sub>0</sub>	+2.8	4420	4.4	1.6	0.019
63 A.....	$\beta^2$ Tuc	133	4.5	A <sub>2</sub>	+1.5	11000	1.3	2.4	1.0
B.....	"	134	4.5	B <sub>3</sub>	+1.5	6120	4.2	2.4	0.033
64.....	$\alpha$ Phoen	FK 23	4.5	A <sub>0</sub>		13200			
65.....	$\beta$ Dor	1790	3.8 var	F <sub>5</sub>	-1.7	(5850)	19.9	7.6	0.00095
66.....	$\xi$ Gem	2138	3.4	F <sub>5</sub>	+2.0	5120	4.8	2.0	0.018
67.....	$\alpha$ Pic	FK 262	3.3	A <sub>5</sub>		8380			
68.....	$\gamma$ Can ma	2233	4.1	B <sub>5</sub>	-0.9	12900	2.9	5.6	0.24
69.....	$\alpha$ Puppis	2490	3.8	G <sub>5</sub>	+0.4	3980	16.6	3.4	0.00074
70.....	$\nu$ Argus	FK 369	3.2	F <sub>0</sub>		5780			
71.....	$\rho$ Vel	3118	3.7	B <sub>5</sub>	-1.5	11300	5.0	7.1	0.056
72.....	$\delta$ Cari	FK 393	4.1	F <sub>0</sub>		7960			
73.....	$\rho$ Leo	3253	3.8	B <sub>0</sub>	0.0	19300	0.8	4.0	6.9
74.....	$\alpha$ Vel	FK 402	4.4	G <sub>0</sub>		4240			
75.....	$\alpha$ Virg	3712	4.0	A <sub>0</sub>	+0.2	9290	3.3	3.8	0.10
76.....	$n$ Cent	3882	4.3	A <sub>5</sub>	+2.8	10800	0.72	1.6	4.2
77.....	$\tau$ Scorp	4876	3.1	B <sub>1</sub>	-2.1	20200	2.0	9.3	1.2
78.....	$\gamma$ Ophi	4932	3.8	A <sub>0</sub>	+0.4	9120	7.2	3.4	0.0089
79.....	$\varepsilon$ Aquar	6410	3.8	A <sub>0</sub>	+1.0	9180	2.4	2.8	0.20

Examinando finalmente las diferencias O-St. de las temperaturas recíprocas  $\tau = c_2/T$  de la tabla 10, resulta en cuanto a la repartición de los signos, que 43 estrellas dobles tienen signos positivos y 20 signos negativos, es decir, 43 estrellas (principales respecto de las componentes) tienen temperaturas menores que las de las estrellas standard y 20 temperaturas mayores. Esta preponderancia de las temperaturas menores que la de la estrella standard sobre las mayores no debe considerarse de carácter general, especialmente si suponemos, por ejemplo, que el signo de la diferencia O-St. se basa en el hecho de que la estrella principal y su compañera originan mutuamente mareas sobre sus superficies. Pues de ser así los hemisferios visibles de la estrella principal y de la compañera experimentan elevaciones o bajas de nivel, ya sea que la compañera esté delante o detrás de la estrella principal, siendo en el primer caso mayor la marea alta sobre el hemisferio visible de la estrella principal que en el segundo. Sólo si la compañera está en una normal a la visual dirigida a la estrella principal se da el caso de que haya marea baja igualmente fuerte sobre la parte central de los hemisferios visible e invisible de la estrella principal, de modo que en este caso las partes más profundas, es decir, más calientes de la atmósfera de la estrella principal, como asimismo de la compañera, resultan visibles con temperatura mayor que en el caso de nivel medio de la atmósfera mientras que en el primer caso la temperatura resulta menor. En las dos posiciones comparables entre el minimum y el maximum mencionados de la temperatura, la superficie de la parte central

del hemisferio visible adopta el valor normal medio comparable con el standard de una estrella suelta. Por ello es que deben ser iguales las frecuencias de las temperaturas altas y bajas observadas, en caso de estrellas dobles.

Según la tabla 10 las desviaciones O-St no son en general grandes, excepto en el caso de la estrella n° 55 (ADS 16365) en que  $O-St = + 1.84$  y en los de los n°s 50 y 52 cuyas diferencias respectivas de  $+ 1.31$  y  $+ 2.13$  son inseguras. En los demás casos la diferencia O-St es en valor absoluto menor que uno, salvo para las tres estrellas n° 11 ( $+ 1.12$ ); n° 28 ( $1.04$ ) y n° 39 A ( $- 1.07$ ). Si se forman los promedios separados de las diferencias O-St en los casos de desviaciones positivas y negativas, se obtiene 1°  $O-St > 0$ :  $M_1 = + 0.39$ , y 2°  $O-St < 0$ :  $M_2 = - 0.28$ , de modo que a pesar de la frecuencia un poco desigual de las O-St en ambos casos, los promedios son en valor absoluto casi iguales, desapareciendo casi en el promedio aritmético total. Estas desviaciones O-St del promedio de las temperaturas recíprocas periódicas de las estrellas dobles, representadas por los valores de  $M_1$  y  $M_2$ , correspondientes a una diferencia media de temperaturas de  $\pm 1000^\circ$ , parecen explicables por la variación periódica de las distancias de la estrella principal a su compañera, es decir, por las excentricidades numéricamente grandes de las estrellas dobles visibles, que ocasionan fuertes variaciones del efecto de las mareas. Hay además grandes y variables efectos de los bordes afectados por las mareas que originan un aumento o una disminución de la intensidad de la irradiación y también un desplazamiento de la intensidad hacia el violeta o el rojo en el espectro, aparentando una alteración general de las temperaturas superficiales verdaderas; por ello es posible un desplazamiento sistemático de las frecuencias, tal como parece resultar de la preponderancia de valores positivos de las diferencias O-St. de la tabla 10.

Se obtiene finalmente como resultado el tema quizás útil, especialmente para estrellas dobles de período menor, de investigar la variabilidad de las temperaturas de las dos componentes para deducir el efecto de las mareas y por tanto la constitución física de las atmósferas de las estrellas dobles, como contribución más vasta al conocimiento físico de dichas estrellas.



# ÍNDICE

---

	Pág.
INTRODUCCIÓN .....	5
§ 1. El programa de las observaciones.....	6
§ 2. El instrumento .....	7
§ 3. El procedimiento de observación.....	9
§ 4. La reducción de las observaciones hasta la deducción de los gradientes de las intensidades .....	12
§ 5. La Deducción de temperaturas absolutas, los radios lineales, las masas y densidades de las estrellas dobles ; la periodicidad de las temperaturas de las estrellas dobles.....	24